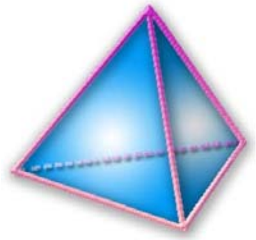
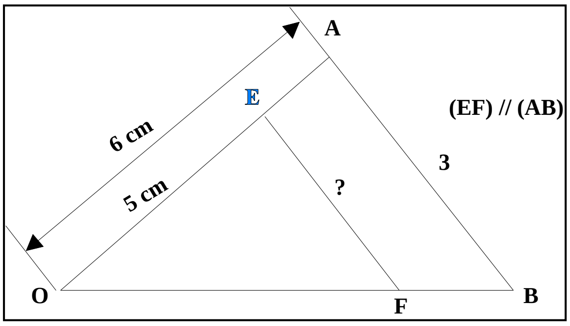


THEOREME DE THALES ET SA RECIPROQUE

* *

COMMENT CALCULER LA LONGUEUR D'UN SEGMENT

Exemple : On veut calculer EF.



Les droites (EA) et (FB) sont sécantes en O et les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{OE}{OA} = \dfrac{EF}{AB} = \dfrac{OF}{OB}$

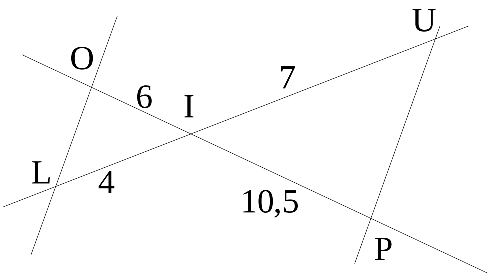
$$\frac{5}{6} = \frac{EF}{3}$$

$$EF \times 6 = 5 \times 3$$

$$EF = \frac{15}{6} = 2{,}5$$

Conclusion : $\boxed{\textbf{EF = 2,5 cm}}$

METHODE POUR JUSTIFIER QUE DEUX DROITES SONT PARALLELES



Les droites (OL) et (UP) sont-elles parallèles ?

On a : $\dfrac{IL}{IU} = \dfrac{4}{7}$ et $\dfrac{IO}{IP} = \dfrac{6}{10{,}5} = \dfrac{60}{105} = \dfrac{4 \times 15}{7 \times 15} = \dfrac{4}{7}$

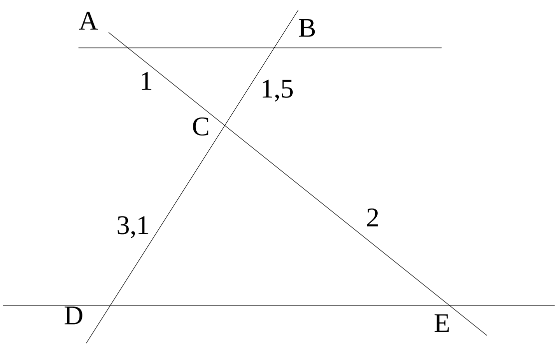
(ou bien $\dfrac{IU}{IL} = \dfrac{7}{4} = 1{,}75$ et $\dfrac{IP}{IO} = \dfrac{10{,}5}{6} = 1{,}75$)

On sait que : - les droites (OP) et (LU) sont sécantes en I ;
- les points O, I, P et les points L, I, U sont alignés dans le même ordre ;

De plus, comme $\dfrac{IL}{IU} = \dfrac{IO}{IP} = \dfrac{4}{7}$

Alors, d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, les droites (LO) et (PU) sont parallèles.

METHODE POUR JUSTIFIER QUE DEUX DROITES NE SONT PAS PARALLELES



Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

On a : $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{3}{1{,}5}$ et $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{3{,}1}{1{,}5}$

On sait que les droites (AE) et (DB) sont sécantes en C

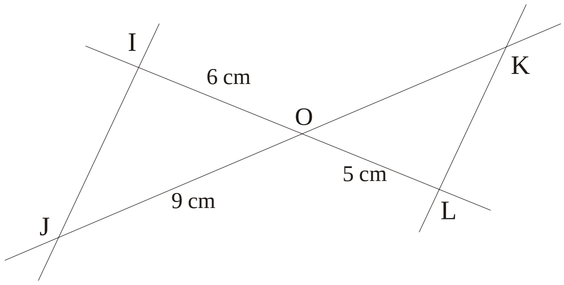
Si les droites (AB) et (DE) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, on aurait

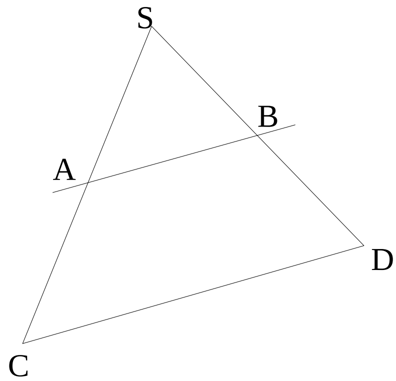
$\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CD}{CB}$; or $\dfrac{CE}{CA} \neq \dfrac{CD}{CB}$

Conclusion : Les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles

Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Les droites (IL) et (KJ) se coupent en O.
Les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.
Calcule la longueur OK.

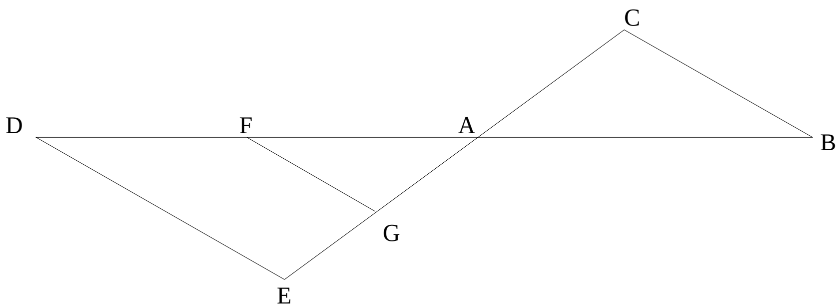




Exercice n°2 : Justifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles sachant que :
SA =8 cm ; AC = 10 cm ; SB = 6 cm et SD = 13,5 cm

Exercice n°3 : *L'unité est le centimètre. La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.*

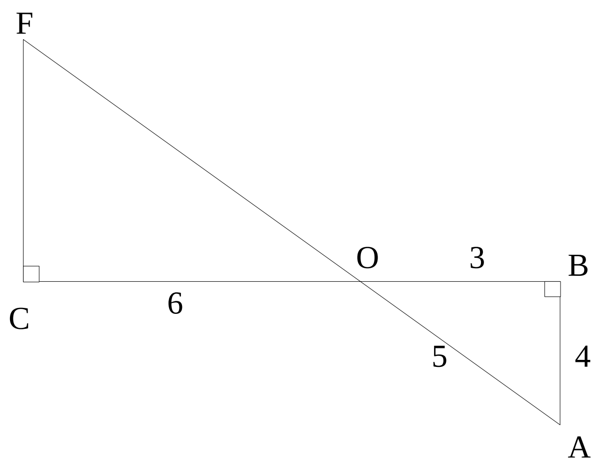
Les points D, F, A, B sont alignés.
Les points E, G, A, C sont alignés.
Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.



AF = 5 ; FG = 3 ; AG = 4 ; DE = 7,5 ; AC = 3 ; AB = 3,75.

1. Démontre que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. **a.** Calcule AD, en déduire FD.
   b. Calcule AE, en déduire EG.
3. Démontre que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

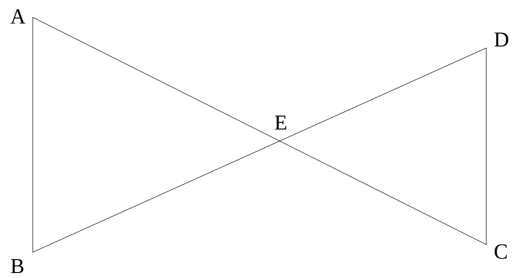
Exercice n°4 : *Sujet Brevet 2005 – Groupe Nord – exercice n°1*
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
On donne AB = 4 cm ; OB = 3 cm ; OC = 6 cm.
Les droites (BC) et (AF) se coupent en O.
1. Explique pourquoi (Ab) et (CF) sont parallèles.
2. Montre que OA = 5 cm.
3. Calcule OF et CF.



Exercice n°5 : *Sujet Juin 2007 – Centres Etrangers – exercice n°1*

La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points A, E et C sont alignés ainsi que les points B,E et D.
AE = 7,2 cm ; EC = 5,4 cm ; ED = 7,5 cm et BE = 10 cm.

1. Démontre que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Sachant que CD = 6,3 cm, calcule AB.



CORRIGE

Exercice n°1 :

On sait que les droites (IL) et (JK) sont sécantes en O et les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OL}{OI} = \frac{OK}{OJ}$.

On a : $\frac{5}{6} = \frac{OK}{9}$ ou encore $6 \times OK = 5 \times 9$ d'ou $OK = \frac{5 \times 9}{6} = \frac{45}{6} = 7{,}5$

Conclusion : OK = ,75 cm

Exercice n°2 :

Comme A est un point de [SC], alors SC = SA + AC = 8 + 10 = 18 (cm)

On a : $\frac{SA}{SC} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ et $\frac{SB}{SD} = \frac{6}{13{,}5} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

On sait que : - les droites (AC) et (BD) sont sécantes en S

- les points S, A, C et les points S, B, D sont alignés dans le même ordre.

Comme $\frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SD} = \frac{4}{9}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès **les droites (AB) et (CD) sont parallèles.**

Exercice n°3 :

1. Démontrons que le triangle AFG est un triangle rectangle.

On a : $AF^2 = 5^2 = 25$ et $AG^2 + FG^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

Comme $AF^2 = AG^2 + FG^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle AFG est rectangle en G.**

2. **a.** Calcul de AD

On sait que les droites (DF) et (EG) sont sécantes en A et les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AF}{AD} = \frac{FG}{DE}$ soit $\frac{5}{AD} = \frac{3}{7,5}$ d'où AD = $\frac{5 \times 7,5}{3} = \frac{37,5}{3} = 12,5$

Conclusion : AD = 12,5 cm

Calcul de FD

Comme les points A, F , D sont alignés dans cette ordre, alors : DF = AD – AF = 12,5 – 5 = 7,5

Conclusion : FD = 7,5 cm

b. Calcul de AE

On sait que les droites (DF) et (EG) sont sécantes en A et les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$ soit $\frac{4}{AE} = \frac{3}{7,5}$ d'où AE = $\frac{4 \times 7,5}{3} = \frac{30}{3} = 10$

Conclusion : AE = 10 cm

Calcul de EG

Comme les points A, G , E sont alignés dans cette ordre, alors : EG = AE – AG = 10 – 4 = 6

Conclusion : EG = 6 cm

3. Démontrons que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

On a : $\frac{AC}{AG} = \frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{AB}{AF} = \frac{3,75}{5} = 0,75$

On sait que les droites (GC) et (FB) sont sécantes en A et de plus les points F, A, B et les points G, A, C sont alignés dans le même ordre.

Comme $\frac{AC}{AG} = \frac{AB}{AF} = 0,75$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (FG) et (BC) sont parallèles.**

Exercice n°4 :

1. On sait que : (CF) et (AB) sont perpendiculaires à (CB).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre-elles.

Donc **(CF) parallèle à (AB).**

2. Dans le triangle OAB rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

OA ^{2} = AB ^{2} + OB ^{2}

OA ^{2} = 3 ^{2} + 4 ^{2}

OA ^{2} = 9 + 16

OA ^{2} = 25

OA = $\sqrt{25}$

OA = 5

Conclusion: **OA = 5 cm**

3. Les droites (CB) et (FA) sont sécantes en O et les droites (CF) et (AB) sont parallèles.

D’après le théorème de Thalès, on a donc : $\frac{OA}{OF}=\frac{OB}{OC}=\frac{AB}{CF}$

Soit : $\frac{5}{OF}=\frac{3}{6}=\frac{4}{CF}$

- **Calcul de OF :**

On a $\frac{5}{OF}=\frac{3}{6}$ soit $OF=\frac{6\times 5}{3}=10$. Conclusion : $\boxed{\text{OF = 10 cm}}$

- **Calcul de CF :**

On a $\frac{3}{6}=\frac{4}{CF}$ soit $CF=\frac{6\times 4}{3}=8$. Conclusion : $\boxed{\text{CF = 8 cm}}$

Exercice n°5 :

1. Démontrons que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

On a : $\frac{EC}{EA}=\frac{5{,}4}{7{,}2}=0{,}75$ et $\frac{ED}{EB}=\frac{7{,}5}{10}=0{,}75$

On sait que les droites (BD) et (AC) sont sécantes en E et de plus les points A, E, C et les points B, E, Dsont alignés dans le même ordre.

Comme $\frac{EC}{EA}=\frac{ED}{EB}=0{,}75$, alors d’après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles.**

2. Calcul de AB

On sait que les droites (BD) et (AC) sont sécantes en E et les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

D’après le théorème de Thalès, on a : $\frac{ED}{EB}=\frac{EC}{EA}=\frac{DC}{AB}$.

On a : $\frac{7{,}5}{10}=\frac{6{,}3}{AB}$ ou encore $7{,}5\times AB=10\times 6{,}3$ d’ou $AB=\frac{10\times 6{,}3}{7{,}5}=\frac{63}{7{,}5}=8{,}4$

Conclusion : AB = 8,4 cm