



CALCULS AVEC DES RACINES CARREES

COMMENT REDUIRE DES SOMMES

On regroupe les termes ayant un facteur commun, puis on factorise en utilisant $ka + kb = k(a + b)$

$A = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$	$B = 9\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} - 7\sqrt{2}$
$A = (5 + 3 - 1)\sqrt{2}$	$B = 9\sqrt{7} + \sqrt{7} - 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$
$A = 7\sqrt{2}$	$B = (9 + 1)\sqrt{7} + (-3 - 7)\sqrt{2}$
	$B = 10\sqrt{7} - 10\sqrt{2}$

COMMENT SIMPLIFIER UNE SOMME

On veut écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers avec b le plus petit possible.

On écrit 8, 18, 50 sous la forme d'un produit dont un facteur est le carré (le plus grand possible) puis on utilise $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.	$C = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + \sqrt{50}$
On écrit donc les racines carrées sous la forme $a\sqrt{b}$ de façon à faire apparaître un facteur commun.	$C = 2\sqrt{4 \times 2} - 5\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{25 \times 2}$
On termine ensuite en réduisant la somme.	$C = 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{2} + \sqrt{25} \times \sqrt{2}$
	$C = 2 \times 2 \times \sqrt{2} - 5 \times 3 \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{2}$
	$C = 4\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
	$C = (4 - 15 + 5)\sqrt{2}$
	$C = -6\sqrt{2}$

COMMENT SIMPLIFIER UN QUOTIENT

On peut utiliser la propriété :	
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$D = \frac{2\sqrt{72}}{\sqrt{18}} = 2 \times \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}} = 2 \times \sqrt{\frac{72}{18}} = 2 \times \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 9}{9 \times 2}} = 2 \times \sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$

COMMENT ECRIRE UN QUOTIENT AVEC UN DENOMINATEUR ENTIER

Pour faire disparaître le radical au dénominateur, on multiplie le numérateur et le dénominateur par le dénominateur.	$E = \frac{5 + \sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{(5 + \sqrt{2}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7} + \sqrt{2} \times \sqrt{7}}{7} = \frac{5\sqrt{7} + \sqrt{14}}{7}$
---	--

Exercices d'entraînement

N°1 : Ecris $A = \sqrt{45} - 12\sqrt{5}$ sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un entier relatif.

N°2 : Ecris sous la forme $a\sqrt{7}$ (où a est un entier) le nombre B tel que : $B = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700}$

N°3 : Montre que $C = \frac{5\sqrt{12}}{3\sqrt{3}}$ est un nombre entier, en faisant apparaître les étapes du calcul.

N°4 : Ecris $D = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5\sqrt{3})$ sous la forme $a + b\sqrt{6}$, où a et b sont des nombres entiers.

N°5 : Ecris $E = \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54}$ sous la forme $a + b\sqrt{6}$, où a et b sont des nombres entiers.

N°6 : Ecris $F = 3\sqrt{15} + \sqrt{60}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.

N°7 : Ecris $G = 5\sqrt{8} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$ sous la forme $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$, où a et b sont deux entiers relatifs.

Exercices brevets : 2007

N°8 : Ecrire $B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatifs et b un entier naturel le plus petit possible.

N°9 : Ecrire $B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.
Détailler les étapes du calcul.

N°10 : Ecrire $B = \sqrt{48} - 3\sqrt{12} + 7\sqrt{3}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

N°11 : Ecrire $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

N°12 : On considère les deux expressions : $C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600}$ et $D = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$

- a. Mettre C sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un entier relatif.
- b. Développer et réduire D .

N°13 : On considère les nombres : $C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27}$ et $D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$.

Ecrire les nombres C et D sous la forme $a\sqrt{3}$, a est un nombre entier.

N°14 : Ecrire $C = 3\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{5}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

N°15 : Prouver que $\sqrt{648} + \sqrt{972} = 18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

N°16 : Ecrire $C = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatifs et b un entier naturel le plus petit possible.

N°1:

$$A = \sqrt{45} - 12\sqrt{5}$$

$$A = \sqrt{9 \times 5} - 12\sqrt{5}$$

$$A = \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$

$$A = 3\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$

$$A = -9\sqrt{5}$$

N°2

$$B = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700}$$

$$B = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{4 \times 7} + \sqrt{100 \times 7}$$

$$B = 4\sqrt{7} - 8 \times \sqrt{4} \times \sqrt{7} + \sqrt{100} \times \sqrt{7}$$

$$B = 4\sqrt{7} - 8 \times 2 \times \sqrt{7} + 10 \times \sqrt{7}$$

$$B = 4\sqrt{7} - 16\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$$

$$B = -2\sqrt{7}$$

N°3

$$C = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{5\sqrt{4 \times 3}}{2\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{5 \times 2 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$C = 5$$

N°4

$$D = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5\sqrt{3})$$

$$D = \sqrt{2^2} + 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$D = 2 + 5 \times \sqrt{2 \times 3}$$

$$D = 2 + 5\sqrt{6}$$

N°5

$$E = \sqrt{24} + \sqrt{9} + \sqrt{54}$$

$$E = \sqrt{4 \times 6} + 3 + \sqrt{9 \times 6}$$

$$E = \sqrt{4} \times \sqrt{6} + 3 + \sqrt{9} \times \sqrt{6}$$

$$E = 2\sqrt{6} + 3 + 3\sqrt{6}$$

$$E = 3 + 5\sqrt{6}$$

N°6

$$F = 3\sqrt{15} + \sqrt{60}$$

$$F = 3\sqrt{15} + \sqrt{4 \times 15}$$

$$F = 3\sqrt{15} + \sqrt{4} \times \sqrt{15}$$

$$F = 3\sqrt{15} + 2\sqrt{15}$$

$$F = 5\sqrt{15}$$

N°7

$$G = 5\sqrt{8} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$$

$$G = 5 \times \sqrt{4 \times 2} - 3 \times \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{9 \times 2}$$

$$G = 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} - \sqrt{9} \times \sqrt{2}$$

$$G = 5 \times 2 \times \sqrt{2} - 3 \times 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3} - 3 \times \sqrt{2}$$

$$G = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$G = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

Exercices brevets : 2007

N°8 :

$$B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

$$B = \sqrt{4 \times 3} - 7\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3}$$

$$B = \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 7\sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$$

$$B = 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3}(2 - 7 - 5)$$

$$B = -10\sqrt{3}$$

N°10 :

$$B = \sqrt{48} - 3\sqrt{12} + 7\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{4 \times 3} + 7\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{16} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{4} \times \sqrt{3} + 7\sqrt{3}$$

$$B = 4\sqrt{3} - 3 \times 2 \times \sqrt{3} + 7\sqrt{3}$$

$$B = 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3}(4 - 6 + 7)$$

$$B = 5\sqrt{3}$$

N°12 :

$$C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600}$$

$$C = 2\sqrt{4 \times 6} + \sqrt{16 \times 6} - \sqrt{100 \times 6}$$

$$C = 2\sqrt{4} \times \sqrt{6} + \sqrt{16} \times \sqrt{6} - \sqrt{100} \times \sqrt{6}$$

$$C = 2 \times 2 \times \sqrt{6} + 4 \times \sqrt{6} - 10 \times \sqrt{6}$$

$$C = 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 10\sqrt{6}$$

$$C = \sqrt{6}(4 + 4 - 10)$$

$$C = -2\sqrt{6}$$

N°13 :

$$C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27}$$

$$C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{9 \times 3}$$

$$C = 5\sqrt{3} + 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3}$$

$$C = 5\sqrt{3} + 2 \times 3 \times \sqrt{3}$$

$$C = 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$C = \sqrt{3}(5 + 6)$$

$$C = 11\sqrt{3}$$

N°14 :

N°9 :

$$B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$$

$$B = 50\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25 \times 5}$$

$$B = 50 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times \sqrt{25} \times \sqrt{5}$$

$$B = 50 \times 3 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$B = 150\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 30\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{5}(150 - 3 + 30)$$

$$B = 177\sqrt{5}$$

N°11 :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$$

$$B = \sqrt{100 \times 3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3}$$

$$B = \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$$

$$B = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3 \times 2 \times \sqrt{3}$$

$$B = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3}(10 - 4 + 6)$$

$$B = 12\sqrt{3}$$

$$D = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$$

$$D = (\sqrt{3})^2 + 5\sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} - 5 \times (\sqrt{2})^2$$

$$D = 3 + 5\sqrt{2 \times 3} - \sqrt{2 \times 3} - 5 \times 2$$

$$D = 3 + 5\sqrt{6} - \sqrt{6} - 10$$

$$D = -7 + 4\sqrt{6}$$

$$D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

$$D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 3}$$

$$D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$D = 3 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$$

$$D = 3 \times 2 \times \sqrt{3}$$

$$D = 6\sqrt{3}$$

$$C = 3\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{5}$$

$$C = 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{16 \times 6} + \sqrt{5}$$

$$C = 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} - \sqrt{16} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$C = 3 \times 2 \times \sqrt{5} - 4 \times \sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$C = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$C = \sqrt{5}(6 - 4 + 1)$$

$$C = 3\sqrt{5}$$

N°15:

$$\sqrt{648} + \sqrt{972}$$

$$= \sqrt{324 \times 2} + \sqrt{324 \times 3}$$

$$= \sqrt{324} \times \sqrt{2} + \sqrt{324} \times \sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{2} + 18\sqrt{3}$$

$$= 18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

N°16:

$$C = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20}$$

$$C = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{16 \times 5} + \sqrt{4 \times 5}$$

$$C = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{16} \times \sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5}$$

$$C = 3\sqrt{5} - 2 \times 4 \times \sqrt{5} + 2 \times \sqrt{5}$$

$$C = 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$$

$$C = \sqrt{5}(3 - 8 + 2)$$

$$C = -3\sqrt{5}$$