



STATISTIQUES

**

A - Une caractéristique de position : MEDIANE d'une série statistique.

Définition : La médiane m d'une série statistique est la valeur du caractère qui partage la population de la série en deux parties d'effectifs égaux :

- l'une contient les individus pour lesquels le caractère a une valeur supérieure à m .
- l'autre contient les individus pour lesquels le caractère a une valeur inférieure à m .

Remarque : La moyenne est une caractéristique de position.

1. Déterminer la valeur médiane d'une série sur des observations individuelles.

Enoncé 1 : Voici les tailles, exprimées en mètres, des quinze membres d'un club de basket :

1,81 ; 1,91 ; 1,95 ; 1,90 ; 1,94 ; 1,81 ; 1,94 ; 1,95 ; 1,89 ; 1,94 ; 2,01 ; 1,93 ; 1,94 ; 1,83 ; 1,90

Donne la médiane de cette série.

Méthode : On range les valeurs par ordre croissant :

1,81 – 1,81 – 1,83 – 1,89 – 1,90 – 1,90 – 1,91 – **1,93** – 1,94 – 1,94 – 1,94 – 1,94 – 1,95 – 1,95 – 2,01

Celui du « milieu » est le 8^{ème}. Sa taille est égale à 1,93 m.

La médiane de la série des tailles est 1,93

Cela signifie qu'à partir de 1,93 m, on est assuré d'avoir englobé la moitié de l'effectif.

Enoncé 2 : On a relevé la portée, en mètres, de huit téléphone sans fil de marques différentes :

170 ; 300 ; 260 ; 120 ; 200 ; 180 ; 120 ; 120.

Donne une valeur médiane de cette série.

Méthode : On range les valeurs par ordre croissant :

120 – 120 – 120 – **170** – **180** – 200 – 260 – 300

Il y a un nombre pair de valeurs, puisqu'il y en a huit.

On retient la quatrième et la cinquième valeurs : 170 et 180

Tout nombre compris entre 170 et 180 est une valeur médiane. On prend généralement la moyenne des deux, soit $\frac{170+180}{2} = 175$ (mètres).

B – Une caractéristique de dispersion : ETENDUE d'une série

Définition : L'étendue d'une série est la différence des valeurs extrêmes observées du caractère.

Exemple : On donne les notes, sur 10, de deux groupes de 10 élèves lors d'un devoir en classe.

Groupe A : 03 - 06 - 04 - 04 - 06 - 07 - 08 - 05 - 06 - 07

Groupe B : 05 - 06 - 04 - 06 - 05 - 04 - 07 - 05 - 06 - 06

L'étendue du groupe A est 5 car $8 - 3 = 5$

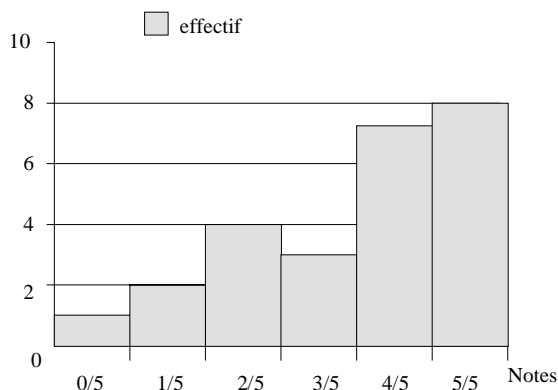
L'étendue du groupe B est 3 car $7 - 4 = 3$

A priori, les notes du groupe A sont plus dispersées que celles du groupe B.

Exercice n°1 : Brevet Juin 2005: GROUPE SUD –

Exercice n°2

Ci-après, est représenté l’histogramme des notes d’un contrôle noté sur 5 pour une classe de 25 élèves.



1. Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif						
Effectif cumulé croissant						

- Calculer la moyenne des notes de la classe.
- Quelle est la médiane des notes de la classe.
- Calculer la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Exercice n°2 : Brevet Juin 2005: Amérique du Nord – Exercice n°2

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de Mathématiques et not tous les deux une classe de troisième ayant 20 élèves.

Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun.

Notes attribuées par Madame A	Notes attribuées par Monsieur B
7 - 8 - 12 - 12 - 18 - 5 - 11 -	8 - 8 - 9 - 12 - 11 - 8 - 13 -
6 - 3 - 8 - 5 - 18 - 9 - 20 - 6 -	15 - 7 - 9 - 10 - 10 - 12 - 8 - 10 -
16 - 6 - 18 - 7 - 15	14 - 12 - 11 - 14 - 9

- Construire sur un même dessin les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes (Utiliser deux couleurs).
- Calculer la moyenne de chaque série.
- Détermine une médiane de chaque série.
- Comparer ces deux classes.

Exercice n°3 : Brevet Centres Etrangers (Bordeaux), Juin 2005 : Exercice n°3

Une course a été organisée pour les élèves de 3° (40 garçons et 50 filles) d’un collège. Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants.

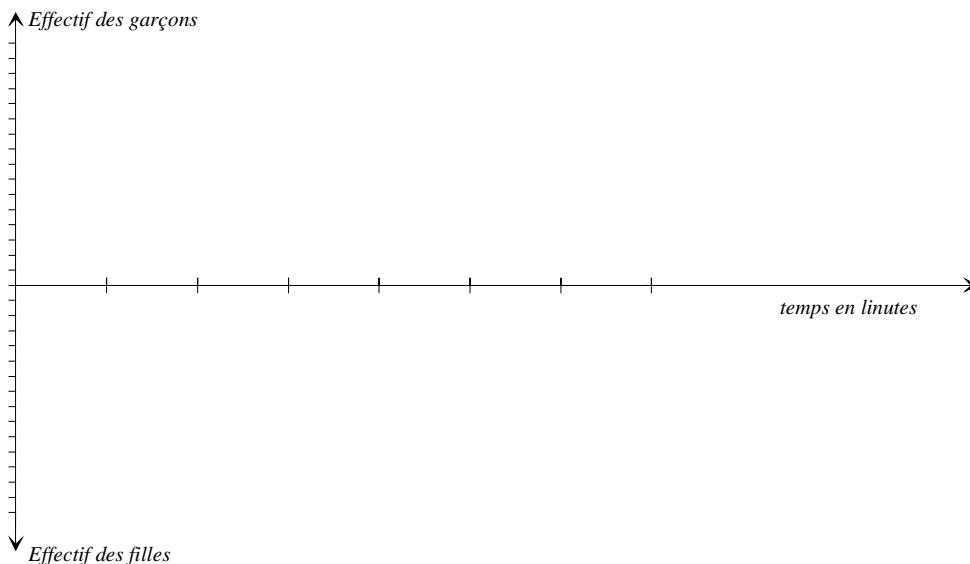
Résultats des garçons

Temps de parcours	De 10 à 15 min	De 15 à 20 min	De 20 à 25 min	De 25 à 30 min	De 30 à 35 min
Effectifs	8	14	9	6	3

Résultats des filles

Temps de parcours	De 10 à 15 min	De 15 à 20 min	De 20 à 25 min	De 25 à 30 min	De 30 à 35 min
Effectifs	7	8	12	11	12

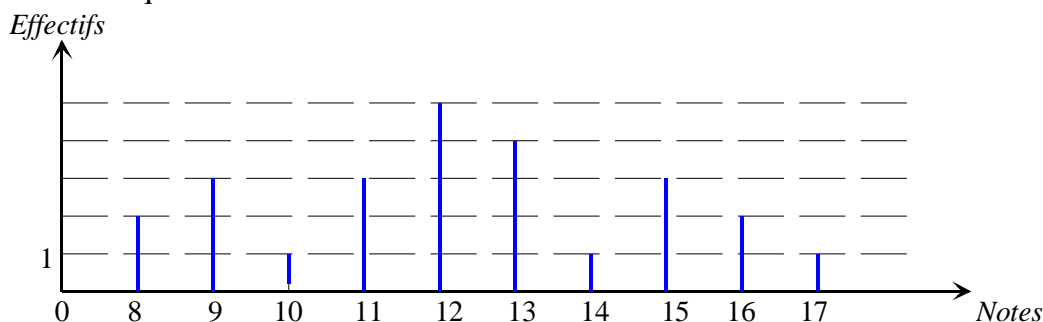
- Montrer que le temps de parcours moyen des garçons est 20,25 minutes (c’est-à-dire 20 minutes et 15 secondes).
 - Calculer celui des filles.
2. Compléter, après l’avoir recopié, le diagramme en barres ci-après qui représente les résultats dans les deux tableaux précédents.



- 3.a. Calculer le pourcentage de garçons ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.
 - b. Calculer le pourcentage de filles ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.
 - c. Calculer le pourcentage d'élèves ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course (arrondir au dixième).
4. Entre le groupe des garçons et celui des filles, lequel vous paraît le plus homogène ?

Exercice n°4 : Brevet Inde Avril 2006 : Exercice N°1

Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de 3° de 25 élèves au dernier devoir de mathématiques.

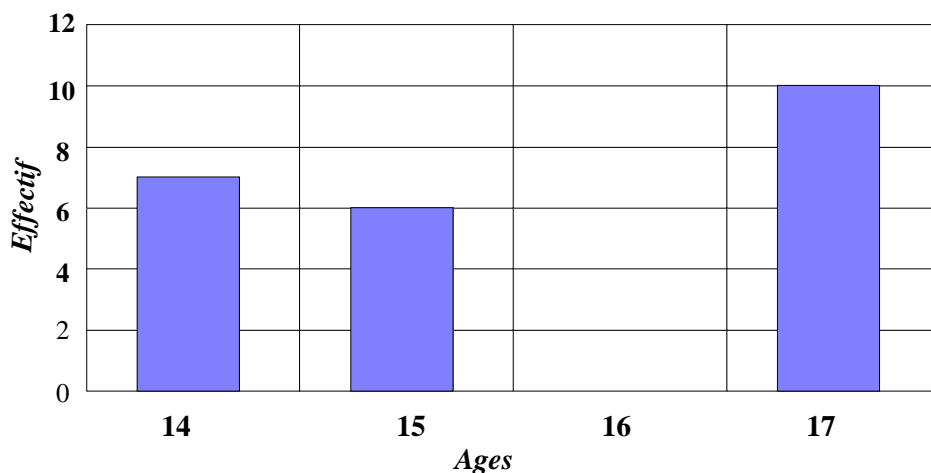


1. Calculer la moyenne des notes.
2. Déterminer la médiane des notes.
3. Calculer le pourcentage des élèves ayant une note strictement supérieure à 13.
- 4.

Exercice n°5 : Brevet Inde Avril 2006 : Exercice N°1

L'histogramme ci-contre, illustre une enquête faite sur l'âge des 30 adhérents d'un club de badminton mais le rectangle correspondant aux adhérents de 16 ans ont été effacé.

1. Calculer le nombre d'adhérents ayant 16 ans.
2. Quel est le pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans ?



3. Quel est l'âge moyen des adhérents du club ? Donner la valeur arrondie au dixième.

Age	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	Total
Nombre d'adhérents	7	6		10	30
Mesure de l'angle en degré					180

4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous pour réaliser un diagramme semi-circulaire représentant la répartition des adhérents selon leur âge (on prendra un rayon de 4 cm)

Exercice n°6 : Brevet Centres Etrangers (Bordeaux) Juin 2003 : Exercice N°4

On a mesuré, lors d'un stage, de jeunes basketteurs. Les tailles, en cm, sont les suivantes :

165	175	187	165	170
181	174	184	171	166
178	177	176	174	176

- Calculer la taille moyenne de ces basketteurs.
- Quelle est la taille médiane de ces sportifs ? justifier.

CORRIGE

Exercice n°1 :

1 Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	2	4	3	7	8
Effectif cumulé croissant	1	3	7	10	17	25

2. Soit M la moyenne des notes de la classe, on a :

$$M = \frac{1 \times 0 + 2 \times 1 + 4 \times 2 + 3 \times 3 + 7 \times 4 + 8 \times 5}{25} = \frac{87}{25} = 3,48$$

La moyenne de la classe est 3,48

3. Calcul de la médiane des notes de la classe.

En rangent les notes dans l'ordre croissant , la valeur de la médiane est la valeur de la note qui partage l'effectifs en deux effectifs égaux, soit la 13ème note.

0 – 1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4 – 4 – 5 – 5 – 5 – 5 – 5 – 5 – 5 – 5

la médiane est donc 4 (on peut aussi trouver la médiane en observant la ligne des effectifs cumulés croissant,

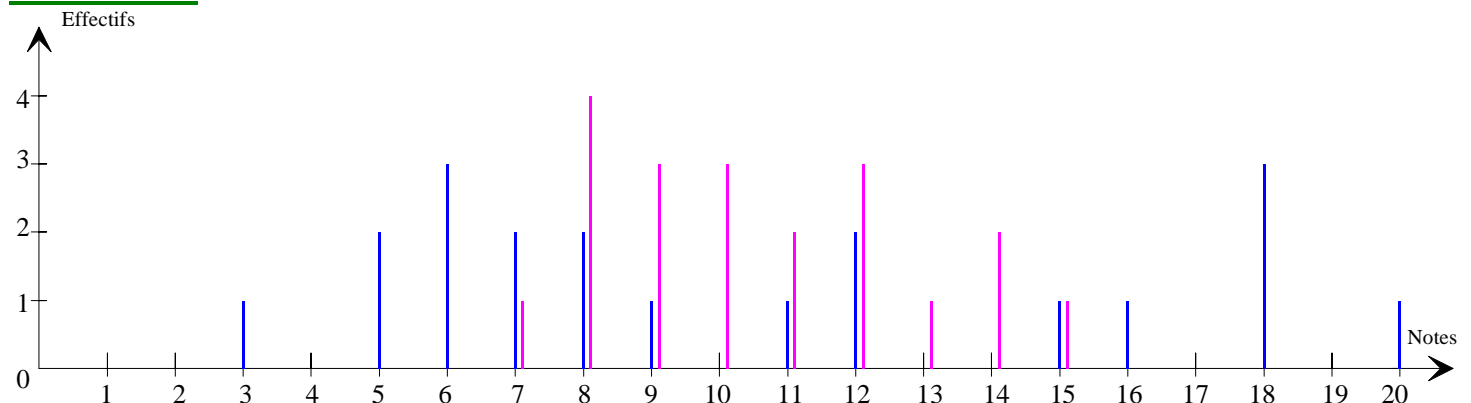
4. Calcule de la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Le nombre de notes inférieures à 3 sur 5 est, en observant la ligne des effectifs cumulés croissant est 10.

La fréquence est donc : fréquence = $\frac{10}{25} = 0,4$

la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Exercice n°2 : 1.



2. Calcul de la moyenne de chaque série.

Soit M_A la moyenne de la série A.

On a :

$$M_A = \frac{1 \times 3 + 5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 2 + 9 \times 1 + 11 \times 1 + 12 \times 2 + 15 \times 1 + 16 \times 1 + 18 \times 3 + 20 \times 1}{20} = \frac{210}{20} = 10,5$$

La moyenne de la série A est 10,5

Soit M_B la moyenne de la série B.

$$\text{On a : } M_B = \frac{7 \times 1 + 8 \times 4 + 9 \times 3 + 10 \times 3 + 11 \times 2 + 12 \times 3 + 13 \times 1 + 14 \times 2 + 15 \times 1}{20} = \frac{210}{20} = 10,5$$

La moyenne de la série B est 10,5

3. Médiane de chaque série.

En rangent les notes dans l'ordre croissant, la valeur de la médiane est la valeur de la note qui partage l'effectifs en deux effectifs égaux. La médiane est donc comprise entre la 10^{ème} note et la 11^{ème} note.

Soit m_A la médiane de la série A.

3 - 5 - 5 - 6 - 6 - 6 - 7 - 7 - 8 - **8 - 9** - 11 - 12 - 12 - 15 - 16 - 18 - 18 - 18 - 20

la médiane est donc $m_A = 8,5$

En rangent les notes dans l'ordre croissant, la valeur de la médiane est la valeur de la note qui partage l'effectifs en deux effectifs égaux. La médiane est donc comprise entre la 10^{ème} note et la 11^{ème} note.

Soit m_B la médiane de la série B.

7 - 8 - 8 - 8 - 8 - 9 - 9 - 9 - 10 - **10 - 10** - 11 - 11 - 12 - 12 - 12 - 13 - 14 - 14 - 15

la médiane est donc $m_B = 10$

4. Comparaison des deux classes.

Calcul de l'étendue de chaque série

Pour la série A, on a : $3 - 20 = 17$ L'étendue pour la classe A est 17

Pour la série B, on a : $7 - 15 = 8$ L'étendue pour la classe B est 8

Les deux classes ont la même moyenne (moyenne est 10,5) mais les notes de la classe A sont plus dispersées que celles de la classe B (Etendue de la classe A est 17 et celle de B est 8).

Enfin, en observant les médianes (8,5 pour la classe A et 10 pour la classe B), on constate qu'il y a plus d'élèves qui ont la moyenne que dans la classe A.

La classe B est plus homogène que la classe A

Exercice n°3 :

1.a. Temps de parcours moyen des garçons.

Soit m_1 le temps moyen des garçons, on a :

$$m_1 = \frac{8 \times 12,5 + 14 \times 17,5 + 9 \times 22,5 + 6 \times 27,5 + 3 \times 32,5}{40} = \frac{810}{40} = 20,25$$

Le temps moyen des garçons est donc 20,25 minutes, c'est-à-dire 20 minutes et 15 s

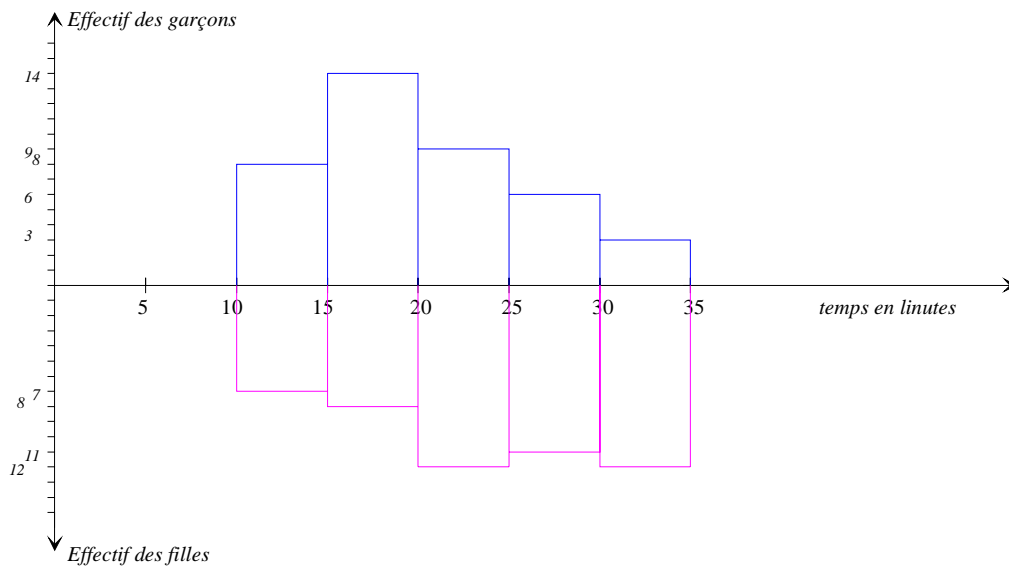
b. Temps de parcours moyen des filles.

Soit m_2 le temps moyen des filles, on a :

$$m_2 = \frac{7 \times 12,5 + 8 \times 17,5 + 12 \times 22,5 + 11 \times 27,5 + 12 \times 32,5}{40} = \frac{1190}{40} = 23,8$$

Le temps moyen des garçons est donc 23,8, minutes, c'est-à-dire 23 minutes et 48 s

2. Diagramme en barres.



3.a. Pourcentage de garçons ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.

Il y a $14 + 9 + 6 = 29$ garçons qui ont effectués un temps compris entre 15 et 30 minutes.

Soit P_1 le pourcentage de garçons, on a : $P_1 = \frac{29}{40} \times 100 = 72,5$

Conclusion : 72,5 % des garçons ont effectués un temps compris entre 15 et 30 minutes.

b. Pourcentage de filles ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.

Il y a $8 + 12 + 11 = 31$ filles qui ont effectués un temps compris entre 15 et 30 minutes.

Soit P_2 le pourcentage de filles, on a : $P_2 = \frac{31}{50} \times 100 = 62$

Conclusion : 62 % des filles ont effectués un temps compris entre 15 et 30

c. Pourcentage d'élèves ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.

Il y a $29 + 31 = 60$ élèves qui ont effectués un temps compris entre 15 et 30 minutes.

Soit P_3 le pourcentage d'élèves, on a : $P_3 = \frac{60}{40 + 50} \times 100 \approx 66,7$

Conclusion : 67,7 % des élèves ont effectués un temps compris entre 15 et 30 minutes

4. Le groupe des garçons est plus homogène car il y a 72,5 % qui ont effectués un temps entre 15 et 30 minutes alors que les filles représentent 62 %.

Exercice n°4 :

1. Soit M la moyenne des notes de la classe, on a :

$$M = \frac{8 \times 2 + 9 \times 3 + 10 + 11 \times 3 + 12 \times 5 + 13 \times 4 + 14 + 15 \times 3 + 16 \times 2 + 17}{25} = \frac{306}{25} = 12,24$$

La moyenne de la classe est 12,24

2. Calcul de la médiane des notes de la classe.

En rangent les notes dans l'ordre croissant, la valeur de la médiane est la valeur de la note qui partage l'effectifs en deux effectifs égaux, soit la 13^{ème} note.

8 - 8 - 9 - 9 - 10 - 11 - 11 - 11 - 12 - 12 - 12 - 12 - **12** - 13 - 13 - 13 - 13 - 14 - 15 - 15 - 15 - 16 - 16 - 17

la médiane est donc 12

3. Calcule du pourcentage des élèves ayant une note strictement supérieure à 13.

Le nombre d'élèves ayant une note strictement supérieure à 13 est : $1 + 3 + 2 + 1 = 7$

Le pourcentage est donc : Pourcentage = $\frac{7}{25} \times 100 = 28$

Le pourcentage d'élèves ayant une note strictement supérieure à 13 est 28 %

Exercice n°5 :

1. Calcul du nombre d'adhérents ayant 16 ans.

Sur les 30 adhérents du club de badminton, il y a :
 - 7 adhérents qui ont 14 ans,
 - 6 adhérents qui ont 15 ans,
 - 10 adhérents qui ont 17 ans.

Le nombre d'adhérents qui ont 16 ans est donc : $30 - (7 + 6 + 10) = 7$

Conclusion : **Il y a 7 adhérents qui ont 16 ans.**

2. Pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans.

Il y a 6 adhérents sur 30 qui ont 15 ans, donc le pourcentage est : $\frac{6}{30} \times 100 = 20$

Conclusion : **Le pourcentage d'adhérents ayant 16 ans est 20 %**

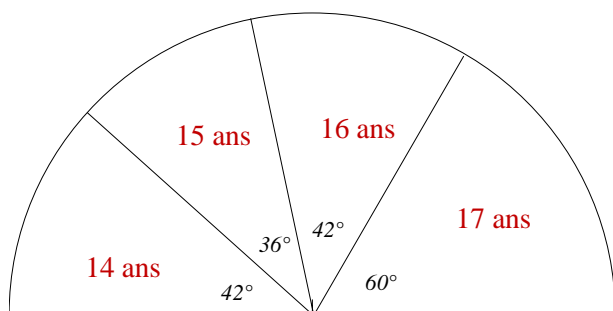
3. Calcul de l'âge moyen des adhérents du club

Soit m la moyenne, on a : $m = \frac{7 \times 14 + 6 \times 15 + 7 \times 16 + 10 \times 17}{30} = \frac{470}{30} \approx 15,66$

Conclusion : **L'âge moyen est d'environ 15,7 ans**

4. Diagramme circulaire

Age	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	Total
Nombre d'adhérents	7	6	7	10	30
Mesure de l'angle en degré	42	36	42	60	180



Exercice n°6 :

1. Calcul de la taille moyenne des basketteurs

Soit m la moyenne, on a :

$$m = \frac{2 \times 165 + 166 + 170 + 171 + 2 \times 174 + 175 + 2 \times 176 + 177 + 178 + 181 + 184 + 187}{15} = \frac{2619}{15} = 174,6$$

Conclusion : **La taille moyenne des basketteurs est de 174,6 cm**

2. Calcul de la taille médiane de ces sportifs

En rangant les tailles dans l'ordre croissant, la valeur de la médiane est la valeur de la taille qui partage l'effectifs en deux effectifs égaux, soit la 8^{ème} taille.

165 – 165 – 166 – 170 – 171 – 174 – 174 – **175** – 176 – 176 – 177 – 178 – 181 – 184 – 187

Conclusion : **La taille médiane des basketteurs est 175 cm**