



# SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES

\*\*\*\*\*

\*\*

## METHODES DE RESOLUTION D'UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES.

### Résolution d'un système par substitution

**Exemple :** Résoudre le système  $\begin{cases} 2x - y = 2 & (E_1) \\ 9x + 8y = 30 & (E_2) \end{cases}$

- On exprime  $y$  en fonction de  $x$  dans  $(E_1)$  :  $y = 2x - 2$  ( $E'_1$ ).
- On remplace  $y$  par  $2x - 2$  dans  $(E_2)$  :  $9x + 8(2x - 2) = 30$   
 $9x + 16x - 16 = 30$   
 $25x = 30 + 16$   
 $25x = 46$   
 $x = \frac{46}{25}$

- On remplace  $x$  par  $\frac{46}{25}$  dans  $(E'_1)$  :  $y = 2 \times \frac{46}{25} - 2$   
 $y = \frac{92 - 50}{25}$   
 $y = \frac{42}{25}$

### Vérification :

$$(E_1) \quad 2 \times \frac{46}{25} - \frac{42}{25} = \frac{92 - 42}{25} = \frac{50}{25} = 2 \quad (E_2) \quad 9 \times \frac{46}{25} + 8 \times \frac{42}{25} = \frac{414 + 336}{25} = \frac{750}{25} = 30$$

**Conclusion :** La solution du système est le couple  $\left(\frac{46}{25}; \frac{42}{25}\right)$

### Résolution par combinaison

**Exemple :** Résoudre le système  $\begin{cases} 3x + 2y = 0 & (E_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases}$

#### Calcul de $x$ :

- On multiplie les deux membres de l'équation  $(E_1)$  par  $-4$  ; on recopie  $(E_2)$  . On additionne membre à membre les équations, puis on calcule  $x$ .
- $$\begin{array}{r} \begin{cases} -12x - 8y = 0 & (E'_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases} \\ \hline -6x = 24 \\ x = -4 \end{array}$$

#### Calcul de $y$ :

- On multiplie les deux membres de l'équation  $(E_1)$  par  $-2$  ; on recopie  $(E_2)$  . On additionne membre à membre les équations, puis on calcule  $y$ .
- $$\begin{array}{r} \begin{cases} -6x - 4y = 0 & (E'_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases} \\ \hline 4y = 24 \\ y = 6 \end{array}$$

### Vérification :

Pour  $x = -4$  et  $y = 6$

$$(E_1) \quad 3 \times (-4) + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0 \quad (E_2) \quad 6 \times (-4) + 8 \times 6 = -24 + 48 = 24$$

**Conclusion :** La solution du système est le couple  $(-4 ; 6)$ .

### Exercices d'entraînement

**Exercice n°1 :** Résous le système suivant : 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 47 \\ x + 3y = 32 \end{cases}$$

#### Exercice n°2 :

Marie et Anne pratiquent l'équitation. Marie a pris pendant un trimestre 16 heures de leçons et a fait 3 stages d'une journée chacun. Marie a payé 344 €.

Pendant le même trimestre, Anne a pris 18 heures de leçons et a fait seulement 2 stages d'une journée chacun.

Anne a payé 332 €.

Détermine le prix d'une heure de leçon et celui d'une journée de stage.

#### Exercice n°3 : Brevet Avril 2005: INDE – Exercice n°5

1. Calculer le système suivant : 
$$\begin{cases} x + y = 104 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

2. Matéo et Simon, qui ont 8 ans d'écart, additionnent leurs âges et trouvent 104 ans. Sachant que Matéo est le plus jeune, calculer l'âge de chacune de ces deux personnes.

#### Exercice n°4 : Brevet Juin 2005: Polynésie – Exercice n°5

1. Résoudre le système : 
$$\begin{cases} x + 3y = 2250 \\ 2x + y = 2750 \end{cases}$$

2. Pour l'achat d'un tee-shirt et de 3 casquettes, André a payé 2 250 F. Pour l'achat de deux tee-shirts et d'une casquette, Maeva a payé 2 750 F.

Déterminer le prix d'un tee-shirt et d'une casquette.

\*\*\*\*\*

### CORRIGE

**Exercice n°1 :** 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 47 & E_1 \\ x + 3y = 32 & E_2 \end{cases}$$

D'après  $E_2$  on a  $x = 32 - 3y$   $E_3$

En remplaçant  $x$  par  $32 - 3y$  dans  $E_1$  on a :

$$3(32 - 3y) + 2y = 47$$

$$96 - 9y + 2y = 47$$

$$-7y = 47 - 96$$

$$-7y = -49$$

$$y = 7$$

En remplaçant  $y$  par 7 dans  $E_3$  on a :  $x = 32 - 3 \times 7 = 32 - 21 = 11$

**Le système admet pour solution le couple  $(11 ; 7)$ .**

#### Exercice n°2 :

Choix des inconnues : Soient  $x$  le prix d'une heure de leçon et  $y$  le prix d'une journée de stage.

Mise en système : 
$$\begin{cases} 16x + 3y = 344 \\ 18x + 2y = 332 \end{cases}$$

Résolution du système : 
$$\begin{cases} 16x + 3y = 344 & E_1 \\ 18x + 2y = 332 & E_2 \end{cases}$$

En multipliant par (-2) l'équation  $E_1$  et en multipliant par 3 l'équation  $E_2$ , on a :

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} -32x - 6y = -688 \\ 54x + 6y = 996 \end{array} \right. \\ \hline 22x = 308 \\ x = 14 \end{array}$$

En remplaçant  $x$  par 14 dans  $E_1$ , on a :

$$16 \times 14 + 3y = 344$$

$$3y = 344 - 224$$

$$y = 120 : 3$$

$$y = 40$$

**conclusion : Un heure de leçon coûte 14 € et une journée de stage coûte 40 €.**

**Exercice n°3 :** 1. Résolution du système en utilisant la méthode par combinaisons linéaires.

$$\begin{cases} x + y = 104 & (E_1) \\ x - y = 8 & (E_2) \end{cases}$$

Calcul de  $x$  :

- En additionnant membre à membre les deux équations, on a :

$$\begin{cases} x + y = 104 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

$$\hline 2x = 112$$

$$x = 56$$

Calcul de  $y$  :

- En multipliant l'équation ( $E_2$ ) par -1 et en additionnant les deux équations, on a :

$$\begin{cases} x + y = 104 \\ -x + y = -8 \end{cases}$$

$$\hline 2y = 96$$

$$y = 48$$

**Le système admet comme solution le couple ( 56 ; 48 )**

2. Choix des inconnues : Soient  $x$  l'âge de Simon et  $y$  l'âge de Matéo avec  $x > y$

Mise en système :  $\begin{cases} x + y = 104 \\ x - y = 8 \end{cases}$

Résolution du système : D'après la question 1. Le système admet comme solution le couple ( 56 ; 48 )

**Conclusion : L'âge de Simon est 56 ans et l'âge de Matéo est 48 ans**

**Exercice n°4 :** 1. Résolution du système en utilisant la méthode par combinaisons linéaires.

$$\begin{cases} x + 3y = 2250 & (E_1) \\ 2x + y = 2750 & (E_2) \end{cases}$$

Calcul de  $x$  :

- En multipliant par -3 l'équation ( $E_2$ ) et en additionnant membre à membre les deux équations, on a :

$$\begin{cases} x + 3y = 2250 \\ -6x - 3y = -8250 \end{cases}$$

$$\hline -5x = -6000$$

$$x = 1\,200$$

Calcul de  $y$  :

- En multipliant l'équation ( $E_1$ ) par -2 et en additionnant les deux équations, on a :

$$\begin{cases} -2x - 6y = -4500 \\ 2x + y = 2750 \end{cases}$$

$$\hline -5y = -1\,750$$

$$y = 350$$

**Le système admet comme solution le couple ( 1 200 ; 350 )**

2. Choix des inconnues : Soient  $x$  le prix d'un tee-shirt et  $y$  le prix d'une casquette

Mise en système :  $\begin{cases} x + 3y = 2250 \\ -6x - 3y = -8250 \end{cases}$

Résolution du système : D'après la question 1. Le système admet comme solution le couple ( 1 200 ; 350 )

**Conclusion : Le prix d'un tee-shirt est 1 200 F et le prix d'une casquette est 350 F**