COORDONNEES D' UN VECTEUR

* *

COORDONNEES D'UN VECTEUR

Soit (O, I, J) un repère.

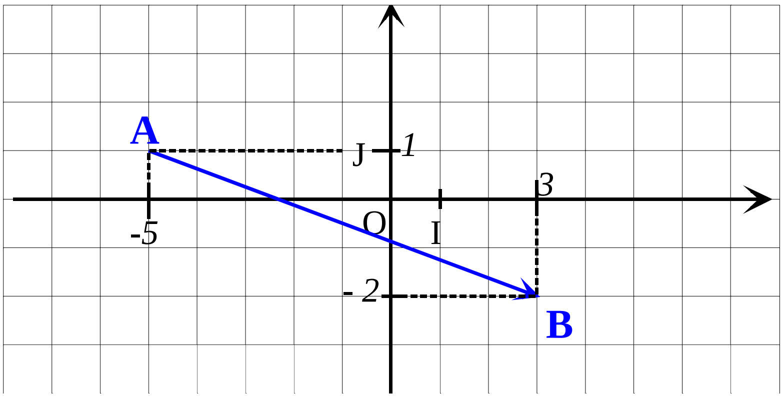
Si les coordonnées du point A sont $(x_A ; y_A)$ et celles du point B sont $(x_B ; y_B)$, alors les coordonnées de $\vec{AB}$ sont ($x_B - x_A ;\ y_B - y_A$)

Exemple : Dans un plan repère (O, I, J) du plan, on donne les points A(- 5 ; 1) et B (3 ; - 2)

Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont :

$$\begin{cases} x_B - x_A = 3 - (-5) = 3 + 5 = 8 \\ y_B - y_A = -2 - 1 = -3 \end{cases}$$

d'où $\vec{AB}$ (8 ; -3)



COORDONNEES ET EGALITE DE DEUX VECTEURS

Si deux vecteurs sont égaux, alors ils ont même la abscisse et la même ordonnée.

Si deux vecteurs ont la même abscisse et la même ordonnée, alors ils sont égaux.

Exemple : On sait que B(3 ; 1) et $\vec{CD}$ (- 5 ; 2). Déterminons **par le calcul** les coordonnées du point A tel que $\vec{BA} = \vec{CD}$

Solution :

Soit A $(x_A ; y_A)$, alors $\vec{BA}$ ($x_A - 3 ;\ y_A - 1$)

Comme $\vec{BA} = \vec{CD}$, alors $\begin{cases} x_A - 3 = -5 \\ y_A - 1 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_A = -5 + 3 \\ y_A = 2 + 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x_A = -2 \\ y_A = 3 \end{cases}$

Conclusion : A a pour coordonnées (- 2 ; 3)

* *

Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Brevet Septembre 2004: Groupe Est – Exercice n°1 (*Extrait*)

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Placer les points A (- 2 ; 1) ; B (3 ; 6) ; C (4 ; - 1)
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$.
3. Montrer que l'on a : $AB = 5\sqrt{2}$
4. Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet B.
5. **a.** Construire le point D tel que : $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? justifier la réponse.

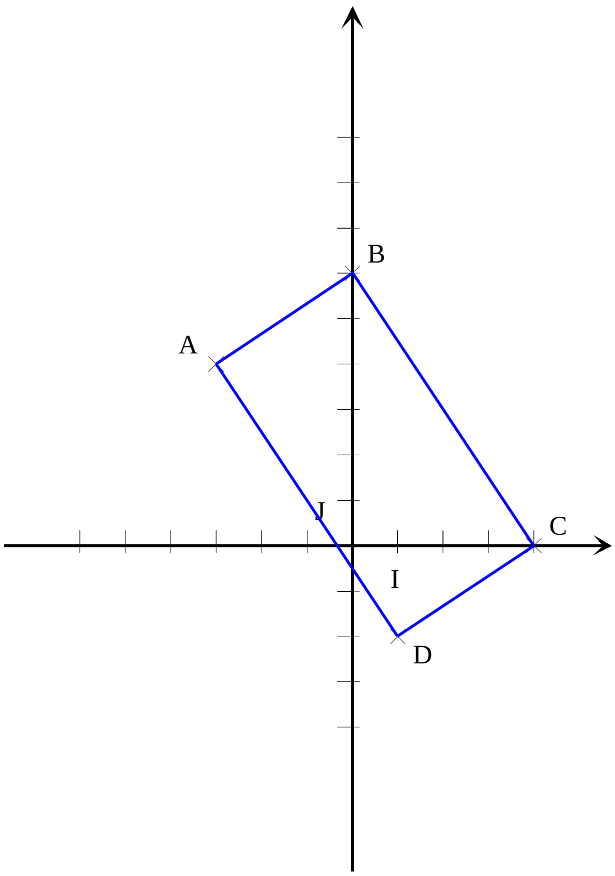
Exercice n°2 : Brevet Juin 2005: Centre Etrangers (Nice) – Exercice n°3 (*Extrait*)

Sur la figure, le repère est orthonormé.
On a placé les points A(- 3 ; 4) , B (0 ; 6) , C (4 ; 0) , D (1 ; - 2).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$.

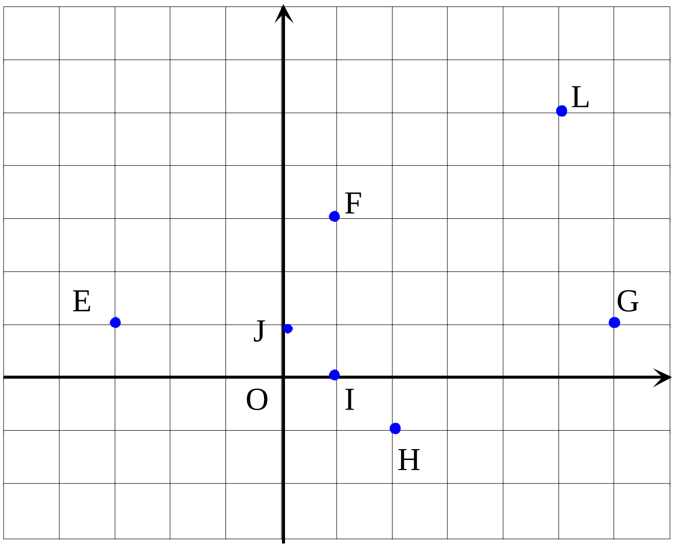
2. a. Construire, à la règle et au compas, le point E tel que ACDE soit un parallélogramme.

b. Calculer les coordonnées du point E.



Exercice n°3 : Brevet Juin 2006: Amérique du Nord - Exercice n°1

(O ; I, J) est un repère orthonormé d'unité le centimètre.



1.a. Lire les coordonnées des points E et F.

b. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{EF}$.

2. a. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{FL}$ et $\vec{HG}$.

b. En déduire la nature de FLGH.

3. Préciser la position de F sur le segment [EF]. Justifier.

4. Recopier et compléter l'égalité $\vec{FL}+\vec{EH} = ...$

CORRIGE

Exercice n°1 :

2. On a :

$\vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

$\vec{AB}(3-(-2) ; 6-1)$

$\vec{AB}(5;5)$

Conclusion : $\boxed{\vec{AB}(5;5)}$

3.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(3-(-2))^2 + (6-1)^2}$

$AB = \sqrt{25+25}$

$AB = \sqrt{2 \times 25}$

$AB = 5\sqrt{2}$

Conclusion : $\boxed{AB = 5\sqrt{2}}$

4. Calcul de BC

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$BC = \sqrt{(4-3)^2 + (-1-6)^2}$

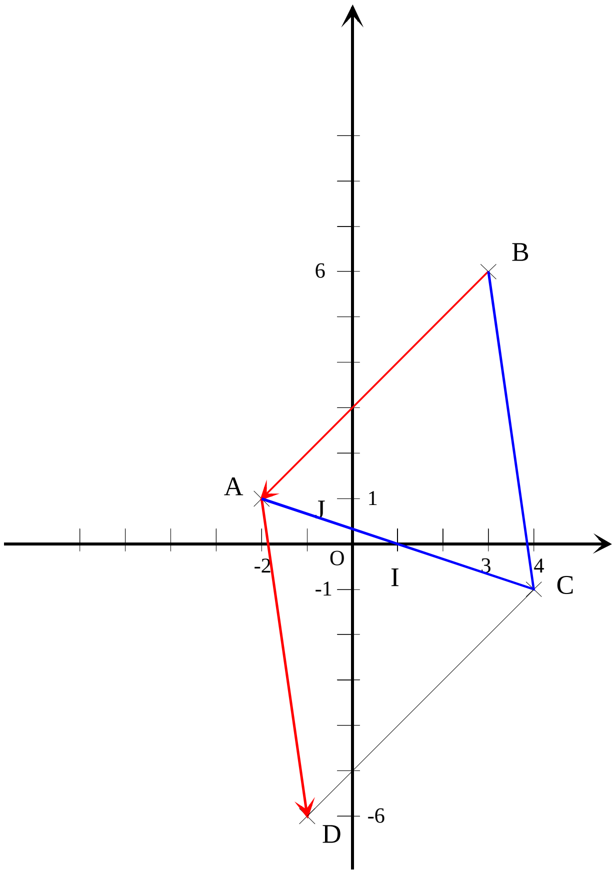
$BC = \sqrt{1+49}$

$BC = \sqrt{50}$

$BC = \sqrt{2 \times 25}$

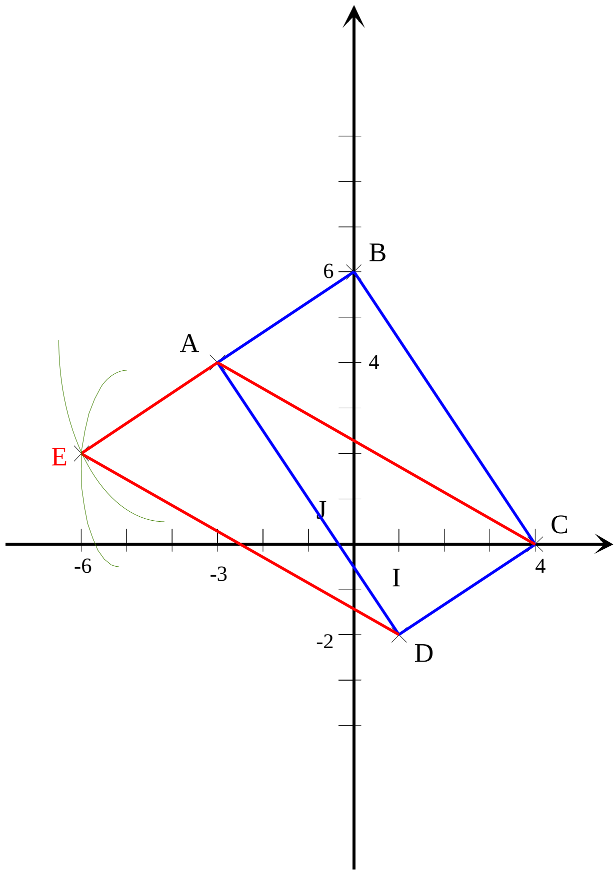
$BC = 5\sqrt{2}$

Comme BC = AB , alors le triangle BCA est isocèle en B.



5. b.

Comme $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$ (Règle du parallélogramme) alors ABCD est un parallélogramme.
De plus, comme BC = AB, alors un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange, le quadrilatère ABCD est donc un losange.



Exercice n°2 :

1. On a :

$\vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

$\vec{AB}(0-(-3) ; 6-4)$

$\vec{AB}(3 ; 2)$

Conclusion : $\boxed{\vec{AB}(3\ ;\ 2)}$

On a :

$\vec{DC}(x_C - x_D ; y_C - y_D)$

$\vec{DC}(4-1 ; 0-(-2))$

$\vec{DC}(3 ;\ 2)$

Conclusion : $\boxed{\vec{DC}(\ 3\ ;\ 2)}$

2. <u>Coordonnées du point E</u>

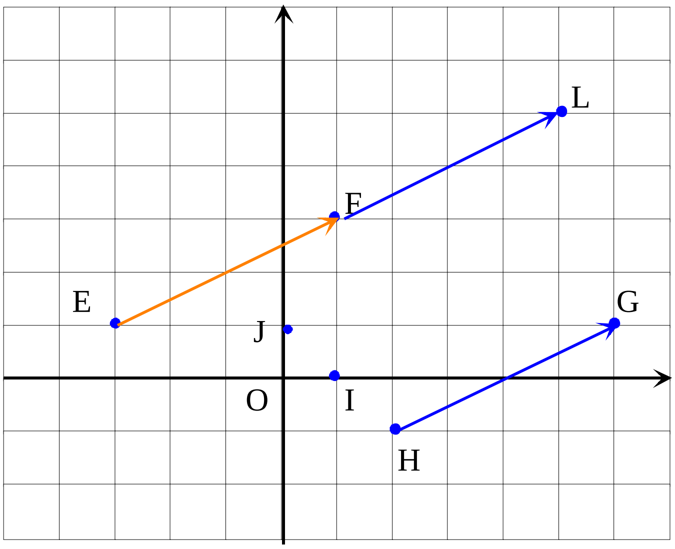
Comme ABCD est un parallélogramme, alors $\vec{AE} = \vec{CD}$

On a donc :

$\begin{cases} x_E - x_A = x_D - x_c \\ y_E - y_A = y_D - y_C \end{cases}$ $\begin{cases} x_E - (-3) = 1 - 4 \\ y_E - 4 = -2 - 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_E = -3 - 3 \\ y_E = -2 + 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x_E = -6 \\ y_E = 2 \end{cases}$

Conclusion : E (- 6 ; 2)

<u>Exercice n°3 :</u>



1.a. Lecture des coordonnées des points E et F : **E (- 3 ; 1) et F (1 ; 3)**

b. Calcul des coordonnées du vecteur $\vec{EF}$.

$\vec{EF}(x_F - x_E ; y_F - y_E)$

$\vec{EF}(1-(-3) \ ; \ 3-1)$

$\vec{EF}(\ 4 \ ; \ 2 \ )$

2. a. Lecture des coordonnées des vecteurs $\vec{FL}$ et $\vec{HG}$: $\vec{FL}$ (4 ; 2) et $\vec{HG}$ (4 ; 2)

b. Nature de FLGH.

Si deux vecteurs ont la même abscisse et la même ordonnée alors ils sont égaux, donc : $\vec{FL} = \vec{HG}$.

Comme $\vec{FL} = \vec{HG}$, alors **FLGH est un parallèlogramme.**

3. Position de F sur le segment [EF].

Comme $\vec{EF} = \vec{FL}$, alors **F est le milieu de [EF]**

4. $\vec{FL} + \vec{EH} = \vec{HG} + \vec{EH} = \vec{EH} + \vec{HG} = \vec{EG}$