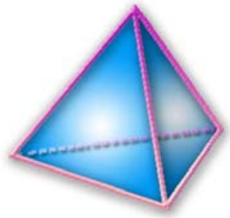

DEVELOPPER – FACTORISER
RESOUDRE UNE EQUATION PRODUIT

DEVELOPPER EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITE

Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme de termes

On utiliser la simple ou la double distributivité
Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y \qquad k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

Pour quatre nombres relatifs a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

$C = (5x - 6)(3x + 7)$
$C = 15x^2 + 35x - 18x - 42$
$C = 15x^2 + 17x - 42$

$D = 2x^2 - (x + 2)(x - 8).$
$D = 2x^2 - (x^2 - 8x + 2x - 16)$
$D = 2x^2 - (x^2 - 6x - 16)$
$D = 2x^2 - x^2 + 6x + 16$
$D = x^2 + 6x + 16$

IDENTITES REMARQUABLES

Carré d'une somme : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Carré d'une différence : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Produit de la somme et de la différence: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

DEVELOPPER EN UTILISANT LES IDENTITES REMARQUABLES

Exemple 1 : Développer l'expression $A = (2x + 3)^2$

$A = (2x + 3)^2$ ← ① **On identifie les nombres a et b : a = $2x$ et b = 3.**

$A = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ ← ② **On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.**

$A = 4x^2 + 12x + 9$ ← ③ **On calcule chacun des termes**

Exemple 2 : Développer l'expression $B = (3x - 5)^2$

$B = (3x - 5)^2$ ← ① **On identifie les nombres a et b : a = $3x$ et b = 5.**

$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$ ← ② **On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.**

$B = 9x^2 - 30x + 25$ ← ③ **On calcule chacun des termes**

Exemple 3 : Développer l'expression $C = (5x + 6)(5x - 6)$

$C = (5x+6)(5x-6)$ ← ① On identifie les nombres a et b : a = $5x$ et b = 6.

$C = (5x)^2 - 6^2$ ← ② On développe l'expression à l'aide de l'identité remarquable.

$C = 25x^2 - 36$ ← ③ On calcule chacun des termes

FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITE

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) \quad ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

k est appelé le **facteur commun**

Exemple 1: *Factoriser l'expression* $A = (4x-3)(2x+3) - 2(2x+3)(x-2)$

$A = (4x-3)\,(2x+3) - 2\,(2x+3)\,(x-2)$ ☞ On repère le facteur commun ($2x + 3$)

$A = (2x+3)\,[(4x-3) - 2(x-2)]$ ☞ On factorise par ($2x + 3$). On met des crochets

$A = (2x+3)\,[\,4x - 3 - 2x + 4\,]$ ☞ On supprime les parenthèses du second facteur.

$\boxed{A = (2x+3)\,(2x+1)}$ ☞ On réduit l'expression.

Exemple 2 : *Factoriser l'expression* $B = (3x-1)(x-8) - (2x+4)(x-8)$.

$B = (3x-1)\,(x-8) - (2x+4)\,(x-8)$

$B = (x-8)\,[\,(3x-1) - (2x+4)\,]$

$B = (x-8)\,[\,3x - 1 - 2x - 4]$

$\boxed{B = (x-8)\,(x-5)}$

FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LES IDENTITES REMARQUABLES

Exemple 1 : Factoriser l'expression $A = x^2 + 14x + 49$

$A = x^2 + 14x + 49$ ← ① On repère l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$A = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2$ ← ② On identifie les nombres a et b : a = x et b = 7.

$\boxed{A = (x+7)^2}$ ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

Exemple 2 : Factoriser l'expression $B = x^2 - 10x + 25$

$B = x^2 - 10x + 25$ ← ① On respère l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$ ← ② On identifie les nombres a et b : a = x et b = 5

$\boxed{B = (x-5)^2}$ ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

Exemple 3 : Factoriser l'expression $C = 25x^2 - 36$

$C = 25x^2 - 36$ ← ① On repère l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$C = (5x)^2 - 6^2$ ← ② On identifie les nombres a et b : a = $5x$ et b = 6

$\boxed{C = (5x-6)(5x+6)}$ ← ③ On écrit la forme factorisée de l'expression.

Autre exemples : Factoriser : $D = 36x^2 + 24x + 4$ et $E = 9 - (x+3)^2$

$D = 36x^2 + 24x + 4$
$D = (6x)^2 + 2 \times 6x \times 2 + 2^2$
$\boxed{D = (6x+2)^2}$

$E = 9 - (x+3)^2$
$E = 3^2 - (x+3)^2$
$E = [3-(x+3)][3+(x+3)]$
$E = [3-x-3][3+x+3]$
$\boxed{E = -x(x+6)}$

EQUATION PRODUIT

Pour résoudre une équation-produit, on utilise la propriété suivante:
Si l'un des facteurs est nul, alors le produit est nul: Si A × B = 0 , alors A = 0 ou B = 0.

Exemple: *Résoudre l'équation* $(x-1)(4x+8) = 0$.

$(x-1)(4x+8) = 0$ ☞ On identifie une équation produit.

Si $(x-1)(4x+8) = 0$ ☞ On utilise la propriété du cours

alors $x - 1 = 0$ **ou** $4x + 8 = 0$ (Attention à respecter la même rédaction: " le **ou** et le **et** ")

$x = 1$ $4x = -8$ ☞ On résout les deux équations du premier degré à une inconnue

$x = -2$

Conclusion : Les solutions de l'équation sont - 2 et 1 ☞ On conclut en donnant les solutions.

* *

Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Brevet Septembre 2005 : Groupe Nord – Exercice n°2
On considère l'expression $F = (2x+3)(5-x) - (2x+3)^2$

1. Développer et réduire *F*.
2. Factoriser *F*.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(2-3x) = 0$.
4. Calculer la valeur numérique de *F* pour $x = 3$.

Exercice n°2 : Brevet Septembre 2005 : Groupe Ouest – Exercice n°3
On donne l'expression $E = (3x-4)^2 - 4x^2$.

1. Développer et réduire *E*.
2. Factoriser *E*.
3. **a.** Calculer *E* pour $x = 0$.
   b. Calculer *E* pour $x = -1$.
4. Résoudre l'équation $(5x-4)(x-4) = 0$.

Exercice n°3 : Brevet Juin 2005 : Groupe Est – Exercice n°2
On considère l'expression $E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-2)$

1. Développer et réduire *E*.
2. Factoriser $4x^2 - 9$. En déduire la factorisation de l'expression *E*.
3. **a.** Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-5) = 0$
   b. Cette équation a-t-elle une solution entière ?
   c. Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Exercice n°4 : Brevet Juin 2005 : Centres étrangers (Nice) – Exercice n°2
On considère l'expression *D*, Dont une écriture est la suivante : $D = (x-3)^2 - 25$

1. Développer et réduire l'expression *D*.
2. Factoriser l'expression *D*.
3. Calculer *D* pour $x = \sqrt{5}$. Donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$.
4. Résoudre l'équation $D = 0$.

Exercice n°5 : Brevet Septembre 2006 : Groupe Est– Exercices n°2 et n°3

Exercice n°2 : Soit l'expression $D = (3x-1)(2x+5)-(3x-1)^2$

1. Développer et réduire l'expression *D*.
2. Factoriser l'expression *D*.

Exercice n°3 : Résoudre les deux équations suivantes:

1. $(x+2)(3x-5) = 0$
2. $x + 2(3x-5) = 0$

Exercice n°6 : Brevet Septembre 2006 : Groupe Nord – Exercice n°3

On considère l'expression $E = (2x-3)^2 - 3(2x-3)$

1. Développer et réduire *E*.
2. Factoriser *E*.
3. Résoudre l'équation $(2x-3)(2x-6) = 0$.
4. Calculer *E* pour $x = \sqrt{2}$. (On écrira le résultat sous la forme $a - b\sqrt{2}$ où *a* et *b* sont deux nombres entiers)

CORRIGE

Exercice n°1 :

1.

$F = (2x+3)(5-x)-(2x+3)^2$

$F = (10x - 2x^2 + 15 - 3x) - (4x^2 + 12x + 9)$

$F = -2x^2 + 7x + 15 - 4x^2 - 12x - 9$

$F = -6x^2 - 5x + 6$

2.

$F = (2x+3)(5-x)-(2x+3)^2$

$F = (2x+3)(5-x)-(2x+3)(2x+3)$

$F = (2x+3)[(5-x)-(2x+3)]$

$F = (2x+3)(5-x-2x-3)$

$F = (2x+3)(-3x+2)$

3. Si $(2x+3)(2-3x) = 0$

Alors $2x + 3 = 0$ ou $2 - 3x = 0$

$2x = -3$ ou $-3x = -2$

$x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{2}{3}$

L'équation $(2x+3)(2-3x) = 0$ admet deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$.

4. D'après la question **1.**, pour $x = 3$, on a : $F = -6\times 3^2 - 5\times 3 + 6 = -6\times 9 - 15 + 6 = -54 - 15 + 6 = -63$.

Pour $x = 3$, $F = -63$

Exercice n°2 :

1.

$E = (3x-4)^2 - 4x^2$

$E = (9x^2 - 24x + 16) - 4x^2$

$E = 9x^2 - 24x + 16 - 4x^2$

$E = 5x^2 - 24x + 16$

2.

$E = (3x-4)^2 - 4x^2$

$E = (3x-4)^2 - (2x)^2$

$E = [(3x-4)-2x]\times[(3x-4)+2x]$

$E = (3x-4-2x)(3x-4+2x)$

$E = (x-4)(5x-4)$

3. a. D'après la question **1.**, pour $x = 0$, on a :

$E = 5\times 0^2 - 24\times 0 + 16 = 0 - 0 + 16 = 16$

Pour $x = 0$, $E = 16$.

b. D'après la question **1.**, pour x = -1, on a : $E = 5\times(-1)^2 - 24\times(-1) + 16 = 5 + 24 + 16$.

Pour x = -1 , E = 45.

4. Si $(5x-4)(x-4)=0$

Alors $5x - 4 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$5x = 4$ ou $x = 4$

$x = \frac{4}{5}$

L'équation $(5x-4)(x-4)=0$ admet deux solutions : $\frac{4}{5}$ et 4

Exercice n°3 :

1.

$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-2)$

$E = 4x^2 - 9 + (2x^2 - 4x + 3x - 6)$

$E = 4x^2 - 9 + 2x^2 - 4x + 3x - 6$

$E = 6x^2 - x - 15$

2. $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x-3)(2x+3)$

$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-2)$

$E = (2x-3)(2x+3) + (2x+3)(x-2)$

$E = (2x+3)[(2x-3)+(x-2)]$

$E = (2x+3)(2x-3+x-2)$

$E = (2x+3)(3x-5)$

3. a. Si $(2x+3)(3x-5)=0$

Alors $2x + 3 = 0$ ou $3x - 5 = 0$

$2x = -3$ ou $3x = 5$

$x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{5}{3}$

L'équation $(2x+3)(3x-5)=0$ admet deux solutions : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$

b. Cette équation n'admet pas de solution entière.

c. On a $-\frac{3}{2} = -1{,}5$ et $\frac{5}{3} \approx 1{,}666\ldots$. Cette équation a une solution décimale – 1,5.

$\frac{5}{3}$ est un nombre rationnel non décimal.

Exercice n°4 :

1.

$D = (x-3)^2 - 25$

$D = x^2 - 6x + 9 - 25$

$D = x^2 - 6x - 16$

2.

$D = (x-3)^2 - 25$

$D = (x-3)^2 - 5^2$

$D = [(x-3)-5][(x-3)+5]$

$D = (x-3-5)(x-3+5)$

$D = (x-8)(x+2)$

3. D'après la question **1.**,pour $x = \sqrt{5}$ on a : $D = (\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{5} - 16 = 5 - 6\sqrt{5} - 16 = -11 - 6\sqrt{5}$.

Pour $x = \sqrt{5}$, on a $D = -11 - 6\sqrt{5}$.

4. Si $D = (x-8)(x+2)$

Alors $x - 8 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = 8$ ou $x = -2$

L'équation $D = (x-8)(x+2)$ admet deux solutions : - 2 et 8

Exercice n°5 :

Exercice n°2 : $D = (3x-1)(2x+5) - (3x-1)^2$

1.

$D = [(3x-1)(2x+5)] - [(3x-1)^2]$

$D = [6x^2 + 15x - 2x - 5] - [9x^2 - 6x + 1]$

$D = [6x^2 + 13x - 5] - [9x^2 - 6x + 1]$

$D = 6x^2 + 13x - 5 - 9x^2 + 6x - 1$

$D = -3x^2 + 19x - 6$

2.

$D = (3x-1)(2x+5) - (3x-1)^2$

$D = (3x-1)[(2x+5) - (3x-1)]$

$D = (3x-1)[2x + 5 - 3x + 1]$

$D = (3x-1)(-x+6)$

Exercice n°3 :

1. Si $(x+2)(3x-5) = 0$

Alors $x + 2 = 0$ ou $3x - 5 = 0$

$x = -2$; $3x = 5$

$x = \frac{5}{3}$

L'équation $(x+2)(3x-5) = 0$ admet deux solutions - 2 et $\frac{5}{3}$

2.

$x + 2(3x-5) = 0$

$x + 6x - 10 = 0$

$7x = 10$

$x = \frac{10}{7}$

Exercice n°6 :

1.

$E = [(2x-3)^2] - [3(2x-3)]$

$E = [4x^2 - 12x + 9] - [6x - 9]$

$E = 4x^2 - 12x + 9 - 6x + 9$

$E = 4x^2 - 18x + 18$

2.

$E = (2x-3)^2 - 3(2x-3)$

$E = (2x-3)[(2x-3) - 3]$

$E = (2x-3)(2x-3-3)$

$E = (2x-3)(2x-6)$

3.

Si $(2x-3)(2x-6) = 0$

Alors $2x - 3 = 0$ ou $2x - 6 = 0$

$2x = 3$; $2x = 6$

$x = \frac{3}{2}$; $x = 3$

L'équation $(2x-3)(2x-6) = 0$ admet deux solutions $\frac{3}{2}$ et 3

4.

En prenant l'expression développée de E, on a pour $x = \sqrt{2}$:

$E = 4\sqrt{2}^2 - 18 \times \sqrt{2} + 18 = 4 \times 2 - 18\sqrt{2} + 18 = -18\sqrt{2} + 26$