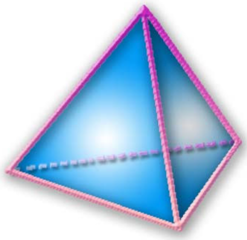
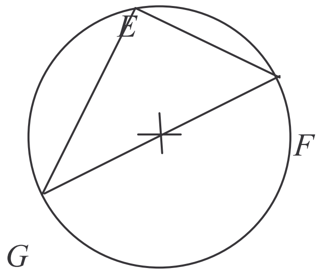


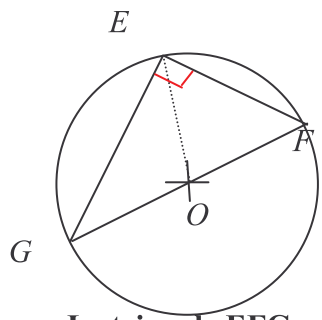
TRIANGLE RECTANGLE ET DEMI - CERCLE CIRCONSCRIT

* * * * * * * * * * * *

Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle et ce diamètre est l'hypoténuse du triangle..

Les données (ou hypothèses) | **Le résultat (ou conclusion)**



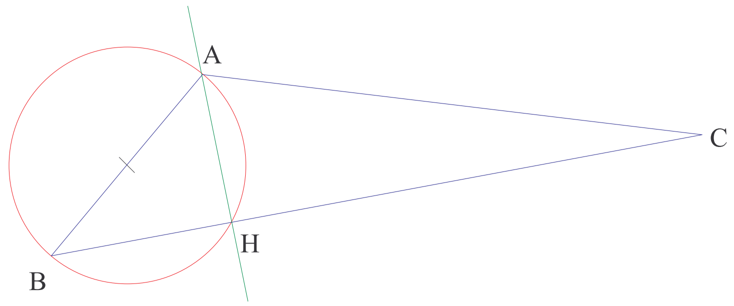


[FG] est un diamètre du cercle et E appartient au cercle.

Le triangle EFG est rectangle en E. ([FG] est l'hypoténuse).

Exemple :

Soit ABC un triangle. Le cercle de diamètre [AB] coupe la droite (BC) en H.
Faire une figure puis démontre que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.



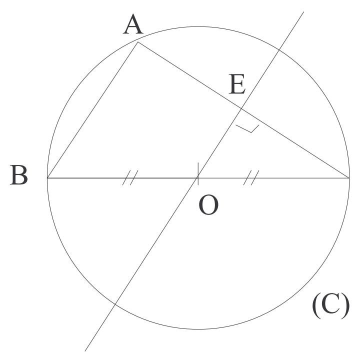
Corrigé :

On sait que : le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [AB].
D'après la propriété : **Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.**
Donc le triangle ABH est rectangle en H.
Ainsi les droites (AH) et (BH) sont perpendiculaires et comme le point H appartient à la droite (BC),
Conclusion : (AH) perpendiculaire à (BC)

Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Brevet Juin 2005 : Centres étrangers (Nice) – Exercice n°2
Sur le schéma ci-contre :

- (C) est un cercle de centre O et de diamètre BF = 40 mm.
- A est un point du cercle (C) tel que AB = 14 mm.
- La perpendiculaire à la droite (AF) passant par O coupe le segment [AF] en E.



1. Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifie la réponse.
2. Calcule la valeur arrondie au dixième de degré près de l'angle $\widehat{AFB}$.
3. Calculer la valeur arrondie au millième près de la longueur EF.

Exercice n°2 : Brevet Juin 2005 : Martinique – Exercice n°1

1. Trace un cercle de centre O et de diamètre AB = 11 cm. Soit C un point de ce cercle tel que BC = 6,6 cm.
2. Montre que ABC est un triangle rectangle en C.
3. Calcule la distance AC.
4. Détermine la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice n°3 : Brevet Juin 2005 : Groupe Est – Exercice n°2

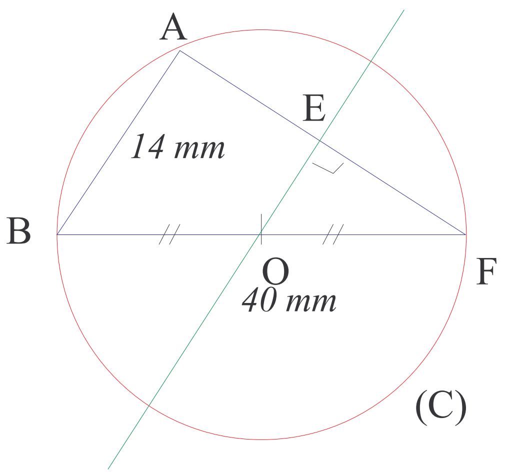
1. Trace un segment [EF] de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre [EF].
Place le point G sur ce demi-cercle tel que EG = 9 cm.

  a. Démontre que le triangle EFG est rectangle.
  b. Calcule la longueur GF arrondie au mm.

2. Place le point M sur le segment [EG] tel que EM = 5,4 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 6 cm.
Démontre que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

CORRIGE

Exercice n°1 :



1. On sait que : le triangle ABF est inscrit dans le cercle (C) de diamètre [BF] .
D'après la propriété : **Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.**
Donc le triangle ABF est rectangle en A

2. Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{AFB}$

Dans le triangle ABF rectangle en F, on a : $\sin \widehat{AFB} = \frac{AB}{BF}$ soit

$\sin \widehat{AFB} = \frac{14}{40}$ d'où $\widehat{AFB} \approx 20{,}48$

Conclusion : $\widehat{AFB} \approx 20{,}5°$

3. Calcul de EF
Comme O est le milieu de [BF], alors : OF = BF : 2 = 40 : 2 = 20 (mm)

Et $\widehat{EFO} = \widehat{AFB} \approx 20{,}5°$

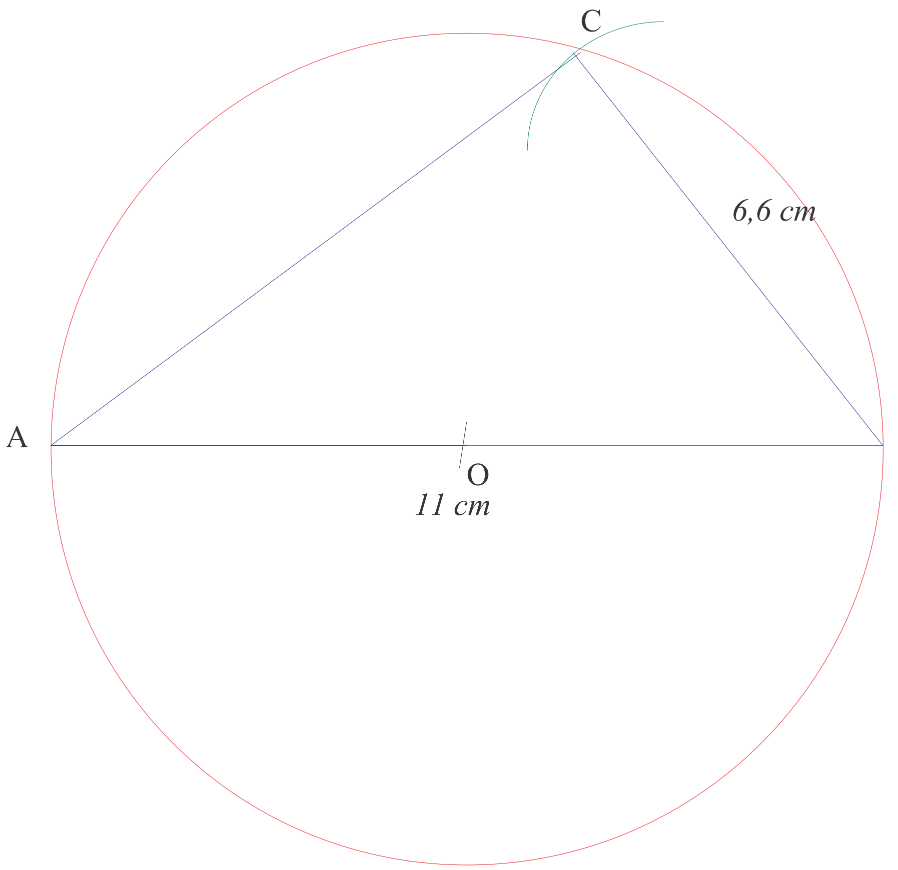
Dans le triangle EOF rectangle en E, on a : $\cos \widehat{EFO} = \frac{EF}{OF}$ soit $\cos 20{,}5° \approx \frac{EF}{20}$

D'où $EF \approx 20 \times \cos 20{,}5° \approx 18{,}7$

Conclusion : EF ≈ 19 mm

Exercice n°2 :

2. On sait que : le triangle ABC est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB] .
D'après la propriété : **Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.**
Donc le triangle ABC est rectangle en C.



3. Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$11^2 = AC^2 + 6{,}6^2$

$121 = AC^2 + 43{,}56$

$AC^2 = 121 - 43{,}56$

$AC = \sqrt{77{,}44}$

$AC \approx 8{,}79$

Conclusion : AC ≈ 8,8 cm

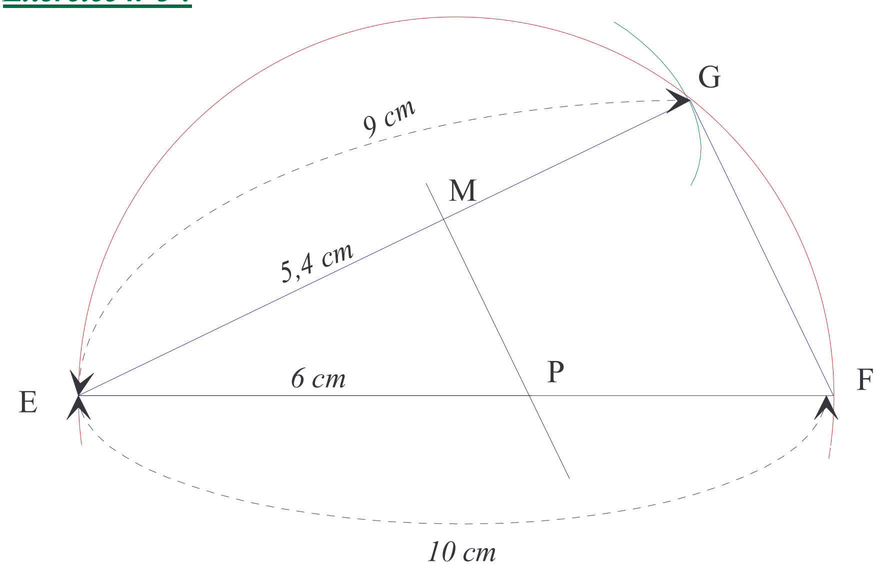
4. Calcul de la mesure de l'angle $B\hat{A}C$

Dans le triangle ABC rectangle en C, on a : $\sin B\hat{A}C = \dfrac{CB}{AB}$ soit

$\sin B\hat{A}C = \dfrac{6{,}6}{11}$ d'où $B\hat{A}C \approx 36{,}86$

Conclusion : $B\hat{A}C \approx 37°$

Exercice n°3 :



1. a. On sait que : le triangle EFG est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [EF].

D'après la propriété : **Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.**

Donc le triangle EFG est rectangle en G.

b. Calcul de GF

Dans le triangle EFG rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$EF^2 = EG^2 + GF^2$

$10^2 = 9^2 + GF^2$

$100 = 81 + GF^2$

$GF^2 = 100 - 81$

$GF = \sqrt{19}$

$GF \approx 4{,}358$

Conclusion : GF ≈ 4,4 cm

2. On a : $\dfrac{EG}{EM} = \dfrac{5{,}4}{9} = 0{,}6$ et $\dfrac{EF}{EP} = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$.

On sait que les droites (MG) et (PF) sont sécantes en E, les points E, M, G sont alignés dans le même ordre que les points E, P , F.

De plus, comme $\dfrac{EG}{EM} = \dfrac{EF}{EP}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MP) et (FG) sont parallèles.