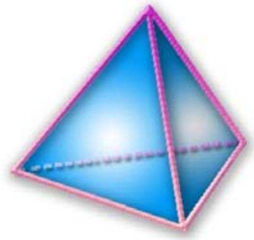


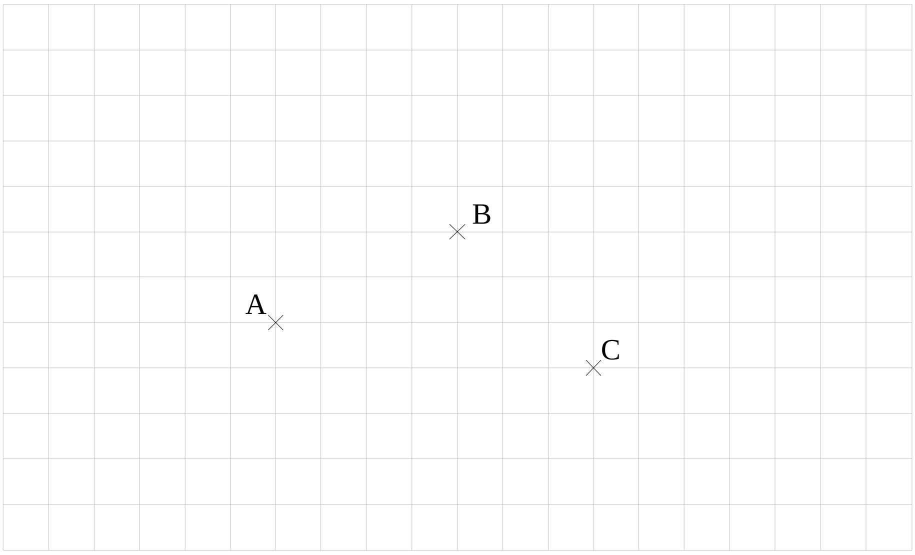
VECTEURS - PARALLELOGRAMME

* *

Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Brevet Juin 2005 : Centres étrangers (Lyon) – Exercice n°1

Pour cet exercice, compléter la figure ci-dessous.



On a placé trois points A, B et C.

1. Construire le point le point E tel que ABEC est un parallélogramme.

2. a. Construire le point F tel que $\vec{BF} = \vec{BA} + \vec{BC}$.

b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCF ? On ne demande pas de justification.

3. Démontrer que $\vec{FC} = \vec{CE}$. Que peut-on en déduire pour le point C ?

Exercice n°2 : Brevet Juin 2003 : Polynésie – Exercice n°1

1. Construire un triangle équilatéral EPS de côté 4 cm.

2. Construire le point M, image du point P dans la translation de vecteur $\vec{ES}$.

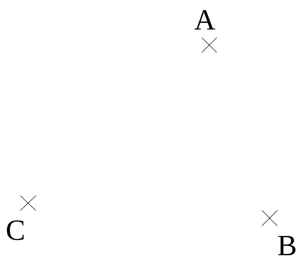
3. Quelle est la nature du quadrilatère EPMS ?

4. a. Construire le point N tel que $\vec{SN} = \vec{SE} + \vec{SP}$.

b. Montrer que le triangle ENP est équilatéral.

Exercice n°3 : Brevet Juin 1999 : Lille

A, B et C sont trois points du plan. Compléter la figure ci-dessous.



1. Construire le point M image de A par la translation de vecteur $\vec{BC}$.

2. Donner un vecteur égal au vecteur $\vec{MA}$.

3. Construire K tel que $\vec{CA} + \vec{CB} = \vec{CK}$ et démontrer que $\vec{CB} = \vec{AK}$.

4. Démontrer que $\vec{MA} = \vec{AK}$.

Que peut-on en déduire pour le point A ?

Exercice n°4 : Brevet Juin 2006 : Centres

Etrangers (Bordeaux) – Exercice n°3

1. Tracer un triangle isocèle ABC de sommet principal B tel que AC = 4 cm et AB = 5 cm.
2. a. Placer les points R et M tels que : $\vec{CR} = \vec{AB}$ et $\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{BC}$
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABRC ? justifier.
   c. Préciser la nature du quadrilatère ABCM. Justifier.
3. Démontrer que le point C est le milieu du segment [MR]

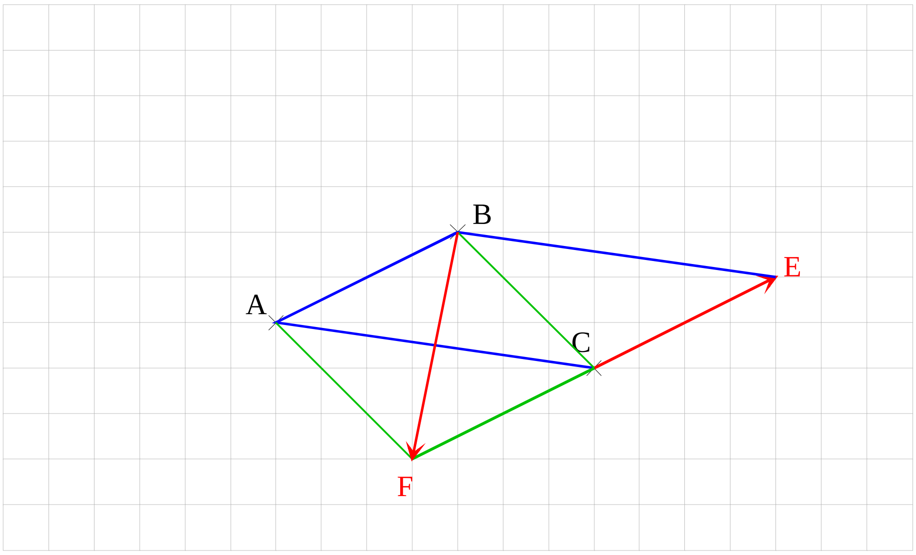
Exercice n°5 : Brevet Juin 2006 : Centres Etrangers (Lyon) – Exercice n°2

L'unité de longueur est le centimètre. La figure sera effectuée sur une feuille de papier millimétré. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;I, J).

1. Placer les points B(2 ; 3), U(3 ; 0) et T(-4 ; 1).
2. Calculer les valeurs exactes des distances BU, BT et TU.
3. Démontrer que le triangle BUT est rectangle.
4. Soit R le point tel que $\vec{BU} = \vec{TR}$.
   a. Quelle est la nature du quadrilatère UBTR ?
   b. Construire le point R en laissant apparaître les tracés utilisés.
5. Recopier et compléter l'égalité $\vec{UB} + \vec{UR} = ...$

CORRIGE

Exercice n°1 :



1. Comme ABEC est un parallélogramme, alors $\vec{AB} = \vec{CE}$.

2. a. D'après la relation de Chasles, on a : $\vec{BF} = \vec{BA} + \vec{AF}$.

Comme $\vec{BF} = \vec{BA} + \vec{BC}$., alors $\vec{BC} = \vec{AF}$

b. ABCF est un parallélogramme car $\vec{BC} = \vec{AF}$.

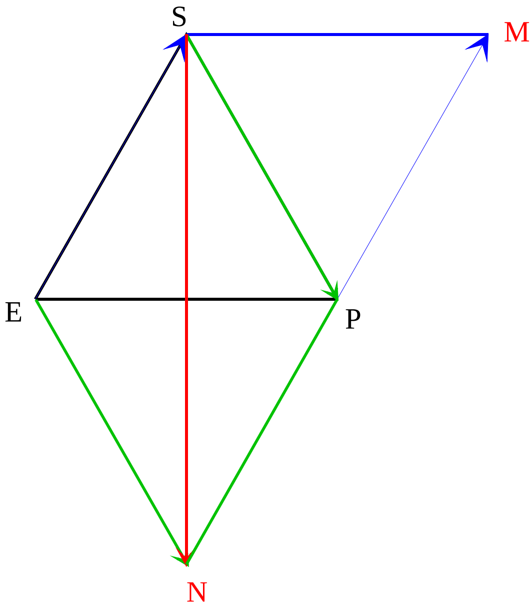
3. - ABEC est un parallélogramme, donc $\vec{AB} = \vec{CE}$.

- ABCF est un parallélogramme, donc $\vec{AB} = \vec{FC}$.

Ainsi : $\vec{FC} = \vec{CE}$

Si $\vec{FC} = \vec{CE}$, alors C est le milieu de [FE].

Exercice n°2 :



3. Si M est l'image du point P dans la translation de vecteur,

alors $\vec{ES} = \vec{PM}$.

Ainsi, comme $\vec{ES} = \vec{PM}$, alors ESMP est un parallélogramme.
De plus, on sait que ES = EP car ESP est un triangle équilatéral.
Or si un parallélogramme à deux côtés consécutifs de même longueur alors ce quadrilatère est un losange.
Donc **ESMP est un losange**.

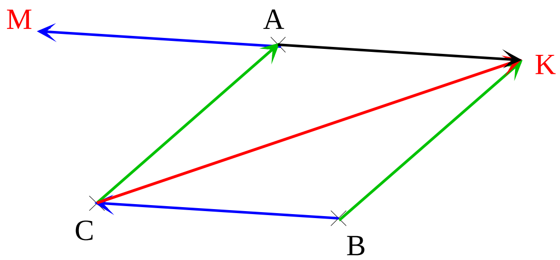
4. a. D'après la relation de Chasles, on a : $\vec{SN} = \vec{SE} + \vec{EN}$.

Et comme $\vec{SN} = \vec{SE} + \vec{SP}$, alors $\vec{EN} = \vec{SP}$.

b. Comme $\vec{EN} = \vec{SP}$, alors ESPN est un parallélogramme.

Comme ESP est équilatéral, alors SP = EP.
Comme ESPN est un parallélogramme, alors SP = EN et ES = NP
Et donc NP = EP = EN.
Conclusion : **Le triangle EPN est équilatéral**.

Exercice n°3 :



2. $\vec{MA} = \vec{CB}$.

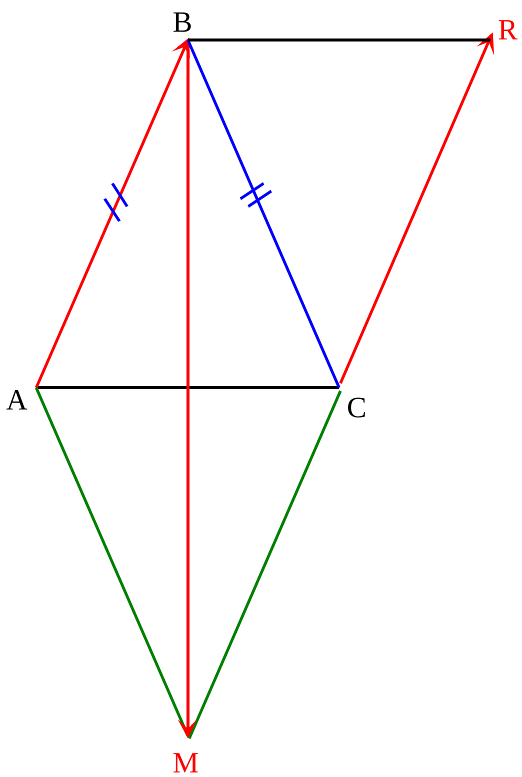
3. D'après la relation de Chasles, on a : $\vec{CK} = \vec{CA} + \vec{AK}$.

Et comme $\vec{CK} = \vec{CA} + \vec{CB}$, alors $\vec{CB} = \vec{AK}$.

4. On a $\vec{MA} = \vec{CB}$ d'après la question **2.**, et $\vec{CB} = \vec{AK}$

donc $\vec{MA} = \vec{AK}$.
On peut en déduire que A est le milieu de [MK].

Exercice n°4 :



2.b Comme $\vec{CR} = \vec{AB}$ alors **ABRC est un parallélogramme.**

c. D'après la relation de Chasles, on a : $\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{AM}$.

Et comme $\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{BC}$, alors $\vec{AM} = \vec{BC}$.
Ainsi, **AMCB est un parallélogramme.**

Mais comme ABC est un triangle isocèle en B et sachant qu'un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange, alors : **ABMC est un losange.**

3.

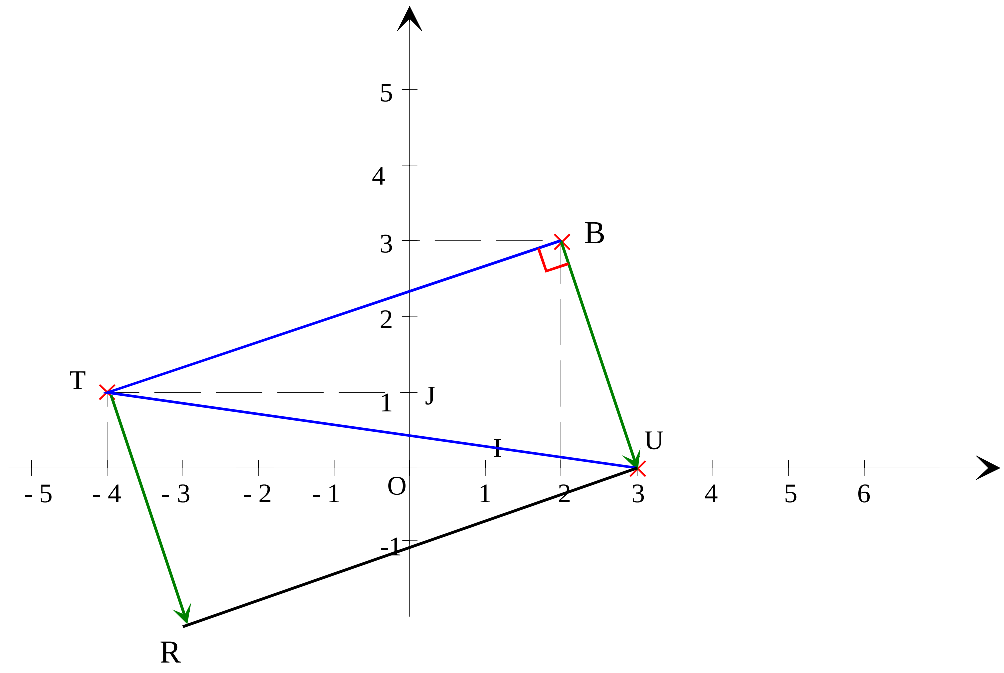
Comme ABCM est un parallélogramme, alors : $\vec{AB} = \vec{MC}$

De plus, d'après l'énoncé on a : $\vec{CR} = \vec{AB}$

Donc $\vec{MC} = \vec{CR}$
On en conclut que **C est le milieu de [MR]**

Exercice n°5 :

1.



2. Calcule des distances BU, BT et TU.

On a : BU = $\sqrt{(x_U - x_B)^2 + (y_U - y_B)^2} = \sqrt{(3-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

BT = $\sqrt{(x_T - x_B)^2 + (y_T - y_B)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$

TU = $\sqrt{(x_U - x_T)^2 + (y_U - y_T)^2} = \sqrt{(3-(-4))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$

3. Démontrons que le triangle BUT est rectangle.

Dans le triangle BTU, on a : TU ² = $(\sqrt{50})^2$ = 50

BU ² + BT ² = $(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{40})^2$ = 10 + 40 = 50

Comme **TU ² = BU ² + BT ²** , alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le t**riangle BUT est rectangle en B.**

4. Nature du quadrilatère BURT

Comme $\vec{BU} = \vec{TR}$ alors **BURT est un parallélogramme.**
Or, si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.
Donc BURT est un rectangle.

5. $\vec{UB} + \vec{UR} = \vec{UT}$ (Règle du parallélogramme)