

La fonction linéaire définie par $f(x) = ax$ est une fonction affine avec $b = 0$

La fonction constante définie par $f(x) = b$ est une fonction affine avec $a = 0$

Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite** qui passe **par l'ordonnée à l'origine**.

Exemple :

La représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x - 3$ est la droite D passant par le point $A(4; 5)$ et le point $B(-1; -5)$

En effet $f(4) = 2 \times 4 - 3 = 5$

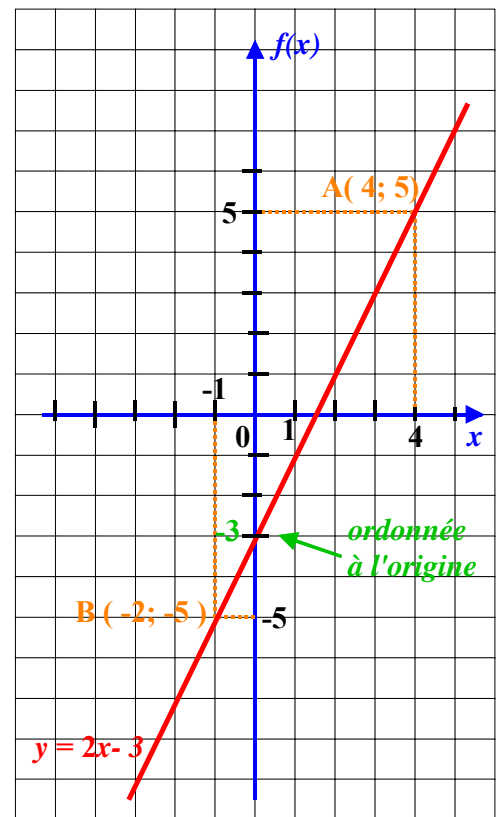
et $f(-1) = 2 \times (-1) - 3 = -5$

La droite D a alors pour équation

$$y = 2x - 3$$

On dit que **2 est le coefficient directeur** et que $f(0) = -3$ **est son ordonnée à l'origine**.

Remarque : La représentation graphique d'une fonction constante est une droite qui est parallèle à l'axe des abscisses.



Exercices d'entraînement

Exercice n°1 : Brevet Juin 2005 : GROUPE EST - problème

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2004 -2005 :

- Tarif S : 8 € par spectacle.
- Tarif P : achat d'une carte de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1. Recopie et compléter le tableau suivant, sachant que M. Scapin a choisi le tarif S et M. Purgon, le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €			
Dépense de M. Purgon en €.			

On suppose maintenant que M. Scapin et M. Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2. Exprimer, en fonction de x , le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.

3. Résoudre l'équation $8x = 4x + 20$. A quoi correspond la solution de cette équation ?

Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1 cm pour 1 spectacle sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées).

4. Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$.

5. Déterminer par lecture graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires :

a. le résultat de la question 3.

b. le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison.

c. le tarif le plus avantageux pour M. Harpagon qui ne souhaite pas dépenser plus de 50 € pour toute la saison. A combien de spectacles pourra-t-il assister ? retrouver ce dernier résultat par le calcul.

Exercice n°2 : Brevet Juin 2005 : GROUPE NORD - problème

M. Martin habite Petitville. M. Gaspard habite à une distance de 900 km de Petitville.

A huit heures du matin, les deux personnes commencent à rouler l'une vers l'autre :

- M. Martin quitte Petitville en roulant à 60 km/h.

- M. Gaspard se dirige vers Petitville et roule à 90km/h.

On note x le temps écoulé depuis huit heures du matin (x est exprimé en heures). Ainsi, quand l est huit heures du matin, $x = 0$.

Après avoir roulé une heure, c'est-à-dire quand $x = 1$, M. Martin est à 60 km de Petitville et M. Gaspard est lui à 810 km de Petitville.

1. A quelle distance de Petitville, M Martin se situe-t-il ? : quand $x = 4$ quand $x = 10$
2. A quelle distance de Petitville, M Gaspard se situe-t-il ? : quand $x = 4$ quand $x = 10$
3. Exprimer en fonction de x la distance qui sépare M. Martin de Petitville.
Exprimer en fonction de x la distance qui sépare M. Gaspard de Petitville.
4. On donne les fonctions $f : x \mapsto 60x$ et $g : x \mapsto 900 - 90x$.

Recopier les tableaux suivants et les compléter :

x	0	1	4	10
$f(x)$				

x	0	1	4	10
$g(x)$				

5. Représenter graphiquement les fonctions f et g sur une feuille de papier millimétré en prenant :
 - en abscisse : 1 cm pour une durée d'une heure ;
 - en ordonnée : 1 cm pour une distance de 100 km.
6. A l'aide d'une lecture graphique, déterminer :
 - a. la durée au bout de laquelle les deux personnes se croisent.
 - b. A quelle distance de Petitville se croisent-ils ? Faire apparaître les pointillés nécessaires.
7.
 - a. Retrouver le résultat de la question 6.a. , en résolvant une équation.
 - b. Retrouver le résultats de la question 6.b. , par le calcul.

Exercice n°3 : Brevet Juin 2005 : GROUPE SUD - problème

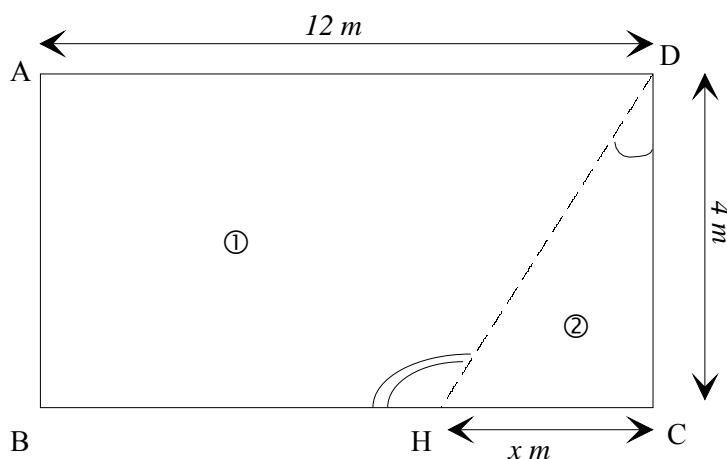
On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire. Pour cela, on veut installer une cloison.

Voici ci-dessous une représentation de la pièce.

La partie ② est le cagibi et la partie ① représente le séjour après la création du cagibi. La cloison a été dessinée en pointillés.

Dans l'exercice, on considèrera que la cloison a une épaisseur nulle.

Les trois parties sont indépendantes.



Partie I

On considère ici que $x = 3$ cm.

1. Quelle est la longueur de la cloison (en pointillés) ?
2. Calculer la valeur (à 1° près) de 'angle \widehat{HDC} ?
3. Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle \widehat{DHB} ?

Partie II

1.
 - a. Exprimer la surface au sol du cagibi ② en fonction de x , sous la forme $f(x) = \dots$
 - b. Exprimer la surface au sol du séjour ① en fonction de x , sous la forme $g(x) = \dots$

2. On admet que $f(x) = 2x$ et que $g(x) = 48 - 2x$.
- Quelle est la nature de la fonction f ?
Quelle est la nature de la fonction g ?
 - Tracer dans un repère (en abscisses : 1 cm pour 0,5 unité et en ordonnées 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 0 et 10.
3. On veut que le séjour ① ait une surface minimale de 35 m^2 .
- Lire sur le graphique la valeur maximale de x pour que cette condition soit respectée.
 - Ecrire une inéquation qui traduise que la surface de séjour doit être supérieure ou égale à 35 m^2 .
 - Résoudre cette équation.

Partie III

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle 1/200.

- Rappeler ce que signifie « échelle 1/200 ».
- Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?
- La surface réelle du séjour est de 48 m^2 . Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm^2).
- Le volume du séjour de la maquette est $13,125 \text{ cm}^3$. Quel est le volume réel du séjour (en cm^3 , puis en m^3) ?

Exercice n°4 :

1. Question de cours

Soit f la fonction définie par : $f(x) = ax$.

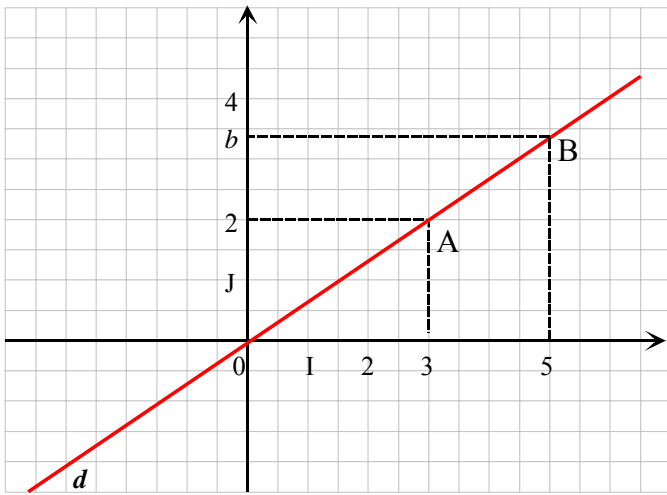
- Quelle est la nature de cette fonction ?
- Quelles est la nature de sa représentation graphique ?
- Comment appelle-t-on le nombre a ? En donner une interprétation graphique.
- On effectue le calcul $\frac{f(5)}{5}$. Que calcule-t-on ?
- On sait que $f(7) = 3$. Détermine la fonction f en écrivant $f(x)$ en fonction de x . La représenter graphiquement.

2. Vrai-faux

Questions	Réponses
Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{5}{3}x$	
a. f est une fonction linéaire.	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
b. L'image de 6 par f est un nombre entier	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
c. Un nombre peut avoir plusieurs images par cette fonction ?	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
d. L'antécédent de 1 par f est $\frac{5}{3}$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
e. Le point A (3 ; 5) est sur la représentation graphique de f	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F

Exercice n°5 :

Dans le repère ci-dessous, on a tracé la représentation graphique d'une fonction f .



1. Justifier que la fonction f est une fonction linéaire.
2. En utilisant point A, montrer que $f(x) = \frac{2}{3}x$.
3. En laissant des traces graphiques,
 - a) Déterminer l'image de 6 par f ;
 - b) Lire l'antécédent de 3 par f .
4. Retrouver les résultats de la question précédente par le calcul.
5. Un élève affirme que la valeur exacte de b est 3,4. A-t-il raison ? Justifier.

CORRIGE

Exercice n°1: 1.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €	32	72	120
Dépense de M. Purgon en €	36	56	80

Avec le Tarif S, on a : $4 \times 8 = 32$ (€)
 $9 \times 8 = 72$ (€)
 $15 \times 8 = 120$ (€)

Avec le Tarif P, on a : $4 \times 4 + 20 = 36$ (€)
 $4 \times 9 + 20 = 56$ (€)
 $4 \times 15 + 20 = 80$ (€)

2. $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$

3. Résolution de l'équation $8x = 4x + 20$

On a :
 $8x = 4x + 20$
 $8x - 4x = 20$
 $4x = 20$
 $x = \frac{20}{4}$
 $x = 5$

L'équation admet comme solution 5.

M. Scapin et M. Purgon paieront le même prix pour 5 spectacles

4. Représentation graphique des fonction s et p .

Soit (D_1) la droite représentative de la fonction s . s est une fonction linéaire d'équation $y = 8x$.

x	0	5
y	0	40

Soit (D_2) la droite représentative de la fonction p . p est une fonction affine d'équation $y = 4x + 20$

x	0	5
y	20	40

5. a. Graphiquement l'abscisse du point d'intersection des droites (D_1) et (D_2) est 5. C'est-à-dire lorsque le prix payé est le même pour M. Scapin et M. Purgon. (On retrouve donc le résultats de la question 3.)

b. Soit (D) la droite d'équation $x = 8$. On constate que l'ordonnée du point d'intersection de (D) avec (D_2) est **inférieure** à l'ordonnée du point d'intersection de (D) avec (D_1) , donc **le tarif P est plus avantageux que le tarif S**.

c. Soit (D') la droite d'équation $y = 50$.

L'abscisse du point d'intersection de (D') avec (D_1) est comprise entre 6 et 7.

L'abscisse du point d'intersection de (D') avec (D_2) est comprise entre 7 et 8.

Donc pour un prix de 50 € maximum, M. Harpagon devrait choisir le tarif P ou il pourra assister à 7 spectacles.

Par le calcul, on a :

Avec le Tarif S

$$8x \leq 50$$

$$x \leq \frac{50}{8}$$

$$x \leq 6,25$$

Il peut assister à 6 spectacles

Avec le Tarif P

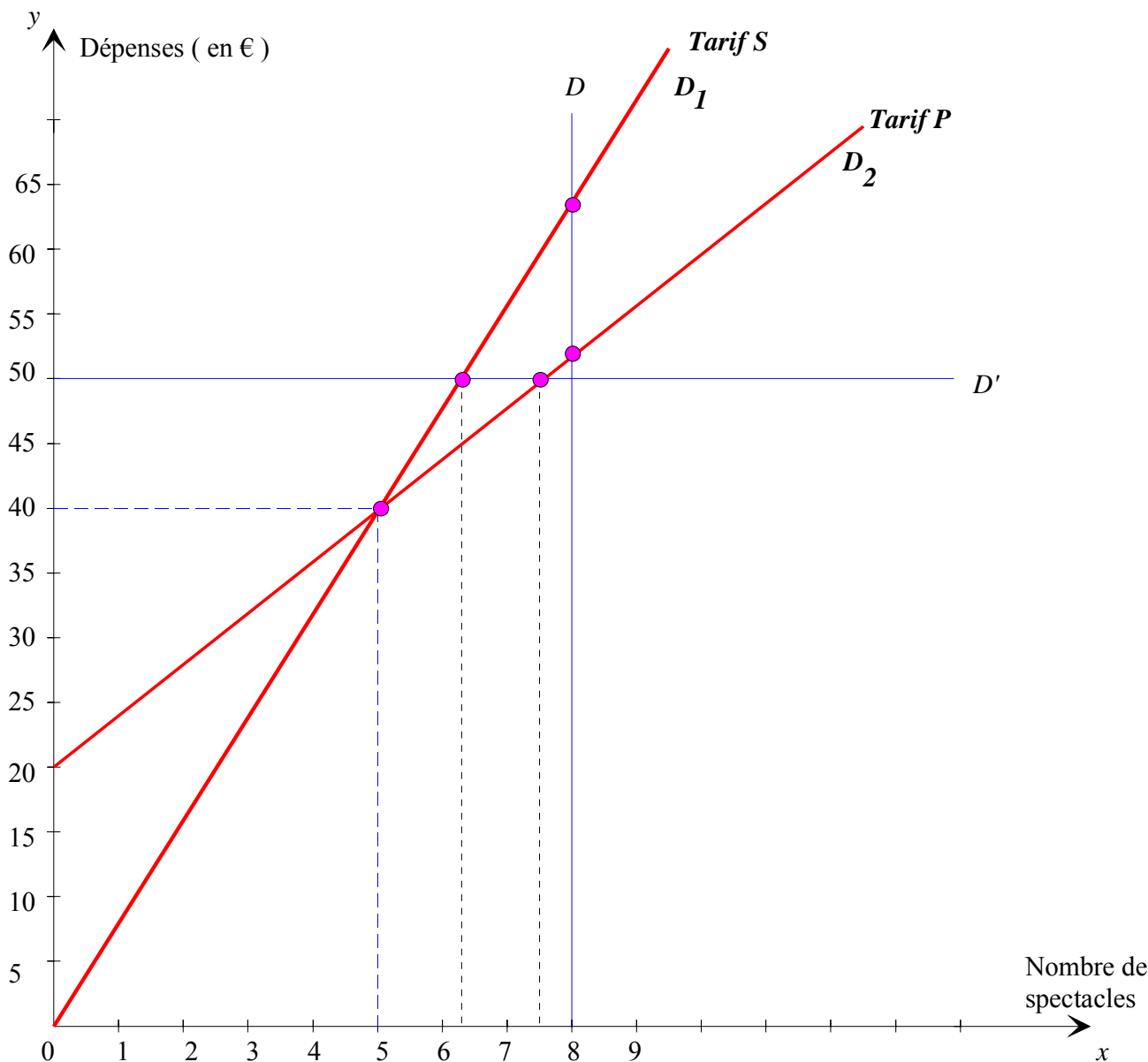
$$4x + 20 \leq 50$$

$$4x \leq 30$$

$$x \leq 7,5$$

Il peut assister à 7 spectacles.

Le Tarif P est donc le plus intéressant.



Exercice n°2 :

1. Distance parcourue par M. Martin quand $x = 4$ (h)

On a : $4 \times 60 = 240$. M. Martin se trouve à **240 km de Petitville quand il roulé 4 heures.**

Distance parcourue par M. Martin quand $x = 10$ (h)

On a : $10 \times 60 = 600$. M. Martin se trouve à **600 km de Petitville quand il roulé 10 heures.**

2. Distance de Petitville quand M. Gaspard a roulé 4 heures.

On a : $900 - 4 \times 90 = 900 - 360 = 540$. M. Gaspard se trouve à **540 km de Petitville quand il roulé 4 heures.**

Distance de Petitville quand M. Gaspard a roulé 10 heures.

On a : $900 - 10 \times 90 = 900 - 900 = 0$. M. Martin se trouve à **Petitville quand il roulé 10 heures.**

3. Expression en fonction de x de la distance parcourue.

Pour M. Martion : **distance = $60x$**

Pour M. Gaspard : **distance = $900 - 90x$**

4. Soient les fonctions : $f : x \mapsto 60x$ et $g : x \mapsto 900 - 90x$

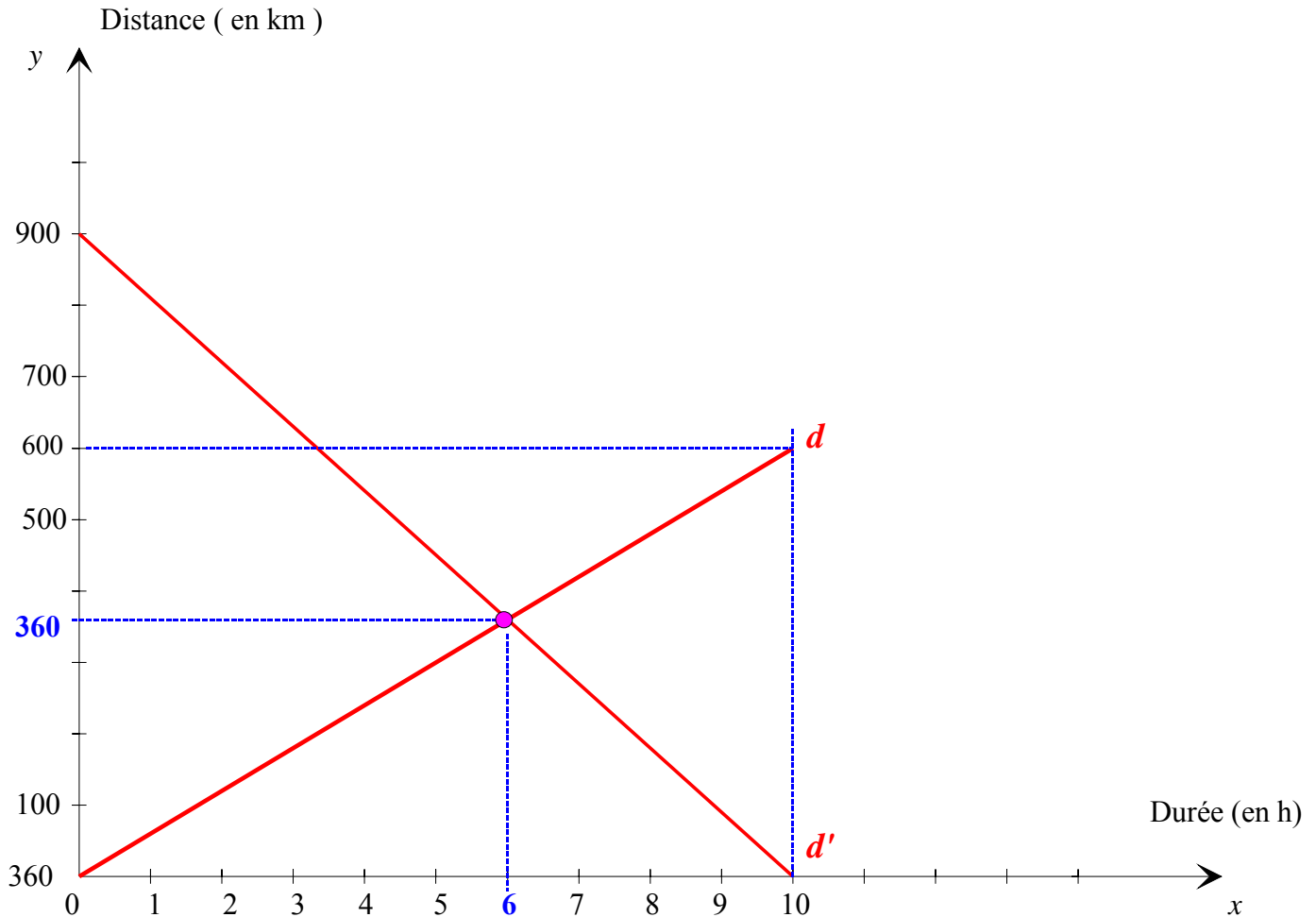
x	0	1	4	10
$f(x)$	0	60	240	600

x	0	1	4	10
$g(x)$	900	810	540	0

5. Représentations graphiques

Soit d la droite représentative de la fonction linéaire f

Soit d' la droite représentative de la fonction affine g



6. a. Durée au bout de laquelle les deux personnes se croisent.

Graphiquement la durée est l'abscisse du point d'intersection des deux droites, c'est-à-dire **6 heures**.

b. La distance de Petitville au bout de laquelle les deux personnes se croisent.

Graphiquement la distance est l'ordonnée du point d'intersection des deux droites, c'est-à-dire **360 km**.

7. a. Il faut résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

$$\text{Soit } 60x = 900 - 90x$$

$$60x + 90x = 900$$

$$150x = 900$$

$$x = 900 : 150$$

$$x = 6$$

La solution de l'équation est 6

Durée au bout de laquelle les deux personnes se croisent

b. Il faut calculer l'image de 6 soit par la fonction f ou soit par la fonction g .

En prenant la fonction f , on a : pour $x = 6$, $f(6) = 60 \times 6 = 360$

La distance de Petitville au bout de laquelle les deux personnes se croisent.

Exercice n°3 :

Partie I

1. Longueur de la cloison HD

Dans le triangle DCH rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$HD^2 = HC^2 + CD^2$$

$$HD^2 = 3^2 + 4^2$$

$$HD^2 = 25$$

$$HD = \sqrt{25}$$

$$HD = 5$$

Conclusion : **La longueur de la cloison est 5 m**

2. Calcul de la mesure de l'angle \widehat{HDC}

Dans le triangle DCH rectangle en C, on a : $\tan \widehat{HDC} = \frac{HC}{DC} = \frac{3}{4} = 0,75$. d'où $\widehat{HDC} \approx 37^\circ$

3. Calcul de la mesure de l'angle \widehat{DHB}

Calcul de l'angle \widehat{CHD}

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$$\widehat{HDC} + \widehat{CHD} = 90^\circ \quad \text{soit} \quad \widehat{CHD} = 90^\circ - \widehat{HDC} \approx 90^\circ - 37^\circ \approx 53^\circ$$

Calcul de l'angle \widehat{DHB}

Comme \widehat{BHC} est un angle plat, alors $\widehat{DHB} = 180^\circ - \widehat{DHC} \approx 180^\circ - 53^\circ \approx 127^\circ$

Conclusion : **La mesure de l'angle \widehat{DHB} est environ 127°**

Partie II

1. a. Surface du sol du cagibi en fonction de x

$$\text{On a : } f(x) = \frac{DC \times HC}{2} = \frac{4 \times x}{2} = 2x. \quad \mathbf{f(x) = 2x}$$

b. Surface du sol ; du séjour en fonction de x

$$\text{On a : } g(x) = AD \times DC - \frac{DC \times HC}{2} = 12 \times 4 - 2x = 48 - 2x. \quad \mathbf{g(x) = 48 - 2x}$$

2. a. Nature de la fonction f

La fonction f est une **fonction linéaire**

La fonction g est une **fonction affine**

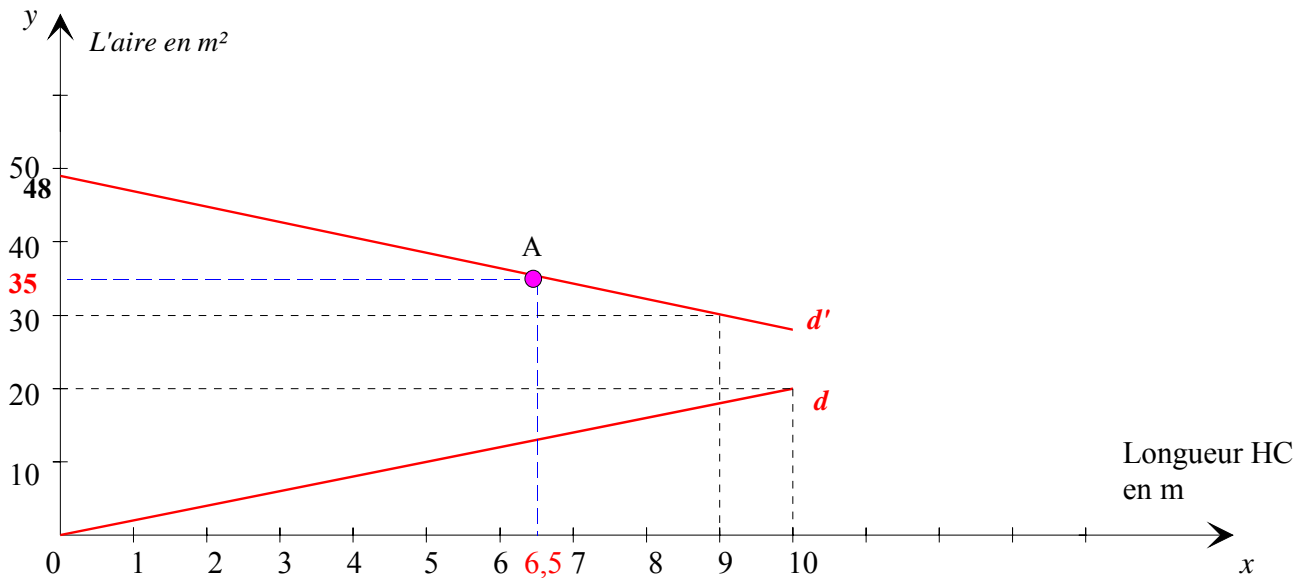
b. Représentations graphiques des fonctions

Soit la droite d la représentation graphique de la fonction f .

x	0	10
$f(x)$	0	20

Soit la droite d' la représentation graphique de la fonction g .

x	0	9
$g(x)$	48	30



3. a. Graphiquement, la valeur minimale de x pour laquelle le séjour ait une surface minimale de 35 m^2 est l'abscisse du point, soit **6,5 (m)**

b. Inéquation qui traduit que la surface du séjour doit être supérieure ou égale à 35 m^2

Il faut $g(x) \geq 35$, l'inéquation est donc **$48 - 2x \geq 35$**

c. Résolution de l'inéquation

$$48 - 2x \geq 35$$

$$-2x \geq 35 - 48$$

$$-2x \geq -13$$

$$x \leq -13 : 2$$

$$x \leq -6,5$$

Conclusion : **Tous les nombres inférieurs ou égaux à 6,5 sont solutions.**

On retrouve la solution de la question 3.a.

Partie III

1. Signification de l'échelle 1/200

Une échelle au 1/200 signifie que **1 cm sur la maquette représente 200 cm dans la réalité.**

2. Longueur du mur de 12 m sur la maquette.

On a : $12 \text{ m} = 1\ 200 \text{ cm}$

D'où $\frac{1200}{200} = 6$. **Sur la maquette le mur de 12 m mesure 6 cm**

3. Surface du sol du séjour sur la maquette

Soit k le coefficient de réduction, on a : $k = \frac{1}{200}$.

Soit A la surface du séjour de la maquette, on a : $A = k^2 \times 48 = \left(\frac{1}{200}\right)^2 \times 48 = 0,0012$

Avec $0,0012 \text{ m}^2 = 12 \text{ cm}^2$, **la surface du séjour sur la maquette est de 12 cm^2**

4. Volume réel du séjour

Soit V le volume réel du séjour, on a : $V \times k^3 = V \times \left(\frac{1}{200}\right)^3 = 13,125$.

D'où : $V = 13,125 \times 200^3 = 105\ 000\ 000$.

Avec $105\ 000\ 000 \text{ cm}^3 = 105 \text{ m}^3$, **le volume du séjour est de 105 m^3**

Exercice n°4 :

3. Question de cours

Soit f la fonction définie par : $f(x) = ax$.

f. Quelle est la nature de cette fonction ? Le processus est « Je multiplie par a ».
la fonction f est donc une fonction linéaire.

g. Quelles est la nature de sa représentation graphique ?

La représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite qui passe par l'origine du repère.**

h. Comment appelle-t-on le nombre a ? En donner une interprétation graphique.

a est appelé **coefficient directeur**. Il **oriente (dirige) la droite** (la droite monte si a est positif et elle descend si a est négatif.)

i. On effectue le calcul $\frac{f(5)}{5}$. Que calcule-t-on ? **On calcule le coefficient directeur.**

j. On sait que $f(7) = 3$. Détermine la fonction f en écrivant $f(x)$ en fonction de x . La représenter graphiquement.

La fonction f est définie par : $f(x) = ax$.

Cherchons le coefficient a .

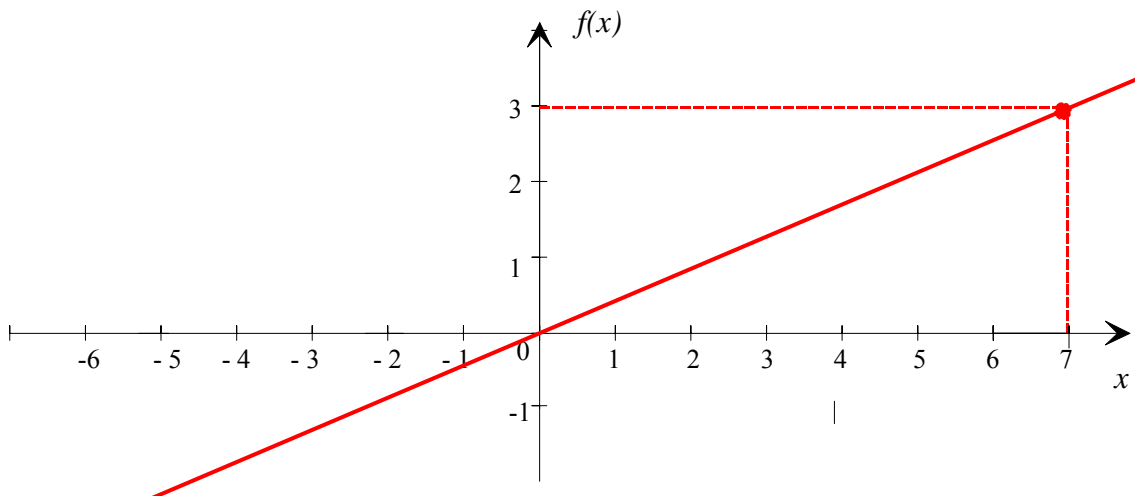
Avec $f(7) = 3$, on a : $3 = 7a$ soit $a = \frac{3}{7}$

La fonction f est $f(x) = \frac{3}{7}x$.

Représentation graphique de la fonction f : $f(x) = \frac{3}{7}x$

x	0	7
$f(x)$	0	3

$$f(0) = \frac{3}{7} \times 0 = 0 \quad \text{et} \quad f(7) = \frac{3}{7} \times 7 = 3$$

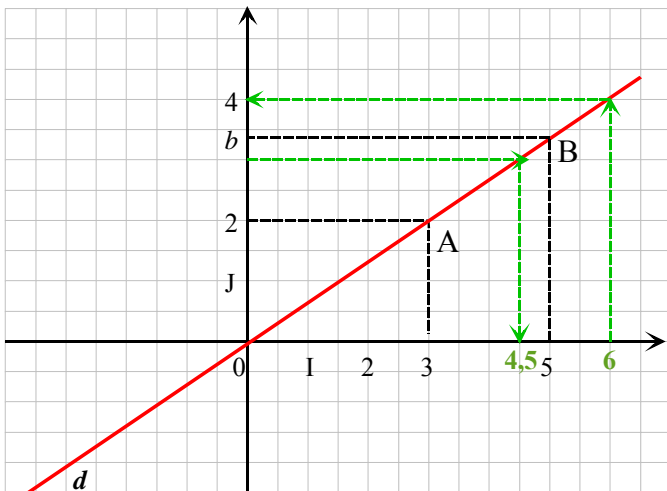


2. Vrai-faux

Questions	Réponses
Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{5}{3}x$	
f. f est une fonction linéaire.	<input checked="" type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
g. L'image de 6 par f est un nombre entier	<input checked="" type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
h. Un nombre peut avoir plusieurs images par cette fonction ?	<input type="checkbox"/> V <input checked="" type="checkbox"/> F
i. L'antécédent de 1 par f est $\frac{5}{3}$	<input type="checkbox"/> V <input checked="" type="checkbox"/> F
j. Le point A (3 ; 5) est sur la représentation graphique de f	<input checked="" type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F

Exercice n°5 :

Dans le repère ci-dessous, on a tracé la représentation graphique d'une fonction f .



1. Justifier que la fonction f est une fonction linéaire.

La représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

2. En utilisant point A, montrer que $f(x) = \frac{2}{3}x$.

Vérifions que les coordonnées (3 ; 2) du point A appartient à la droite d .

Pour $x = 3$, on a $f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2$.

Donc le point A appartient à la droite d qui est la représentation graphique de la droite de f .

Ainsi : $f(x) = \frac{2}{3}x$.

3. En laissant des traces graphiques,

c) Déterminer l'image de 6 par f ;

L'image de 6 par f est 4

d) Lire l'antécédent de 3 par f .

L'antécédent de 3 par f est 4,5.

4. Retrouver les résultats de la question précédente par le calcul.

Pour l'image de 6 par f , on a : $f(6) = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4$

L'image de 6 est donc 4

Pour l'antécédent de 3, on a à résoudre : $\frac{2}{3}x = 3$ soit $x = 3 : \frac{2}{3} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$

L'antécédent de 3 est donc 4,5.

On retrouve les résultats de la question 3.

5. Un élève affirme que la valeur exacte de b est 3,4. A-t-il raison ? Justifier.

Si la valeur exacte de b est 3,4, alors l'image de 5 est 3,4.

On a : $f(5) = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \approx 3,33$.

Conclusion : La valeur exacte de b n'est pas 3,4