

# **SYNTHESE : Thème N°14:** **PROPORTIONNALITE (2) : ECHELLE –** **POURCENTAGE – MOUVEMENT UNIFORME - DUREE** **5-ème**

\*\*\*\*\*

## **A - ECHELLE DES PLANS ET DES CARTES**

### **Convention :**

Les dimensions sur un plan ou sur une carte routière sont **proportionnelles** aux dimensions réelles.

Le **coefficient de proportionnalité** qui permet de passer de la longueur mesurée sur un plan, et exprimée généralement en cm, à la longueur réelle, **exprimée obligatoirement dans la même unité**, est un nombre, appelé « **échelle du plan** ».

Si les dimensions sur le plan sont supérieures aux dimensions réelles, on dit que l'on a fait un **agrandissement**.  
Si les dimensions sur le plan sont inférieures aux dimensions réelles, on dit que l'on a fait une **réduction**.  
et dans ce cas l'échelle se note généralement sous la forme d'une fraction de numérateur 1 .

### **Définition :**

$$\text{échelle d'un plan} = \frac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{Longueur réelle}}$$

( ces longueurs étant exprimées dans la même unité )

### **1) Décoder le symbole de l'échelle sur un plan ou une carte.**

0      10 km



1 cm sur ce plan représente 10 km dans la réalité,

ou ( avec la même unité ) 1 cm sur ce plan représente 1 000 000 cm dans la réalité.

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{longueur réelle}} = \frac{1}{1000000}$$

Un plan dont l'échelle est  $\frac{1}{1000000}$  a toutes ses mesures 1 000 000 fois plus petites que dans la réalité.

### **2) Calculer l'échelle connaissant la distance sur le plan ou sur une carte et la distance réelle**

Une longueur de 120 m est représentée sur un plan par un segment de 5 cm.

On veut trouver l'échelle de ce plan.

- On commence par convertir les informations fournies dans la même unité de mesure :

$$120 \text{ m} = 12\,000 \text{ cm}$$

- On applique la définition :  $\text{échelle} = \frac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{longueur réelle}} = \frac{5}{12000}$

- L'échelle étant inférieure à 1 on la note sous la forme d'une fraction de numérateur 1.

Appelons « D » son dénominateur.

$$\frac{5}{12000} = \frac{1}{D} \quad \text{donc} \quad 5 \times D = 1 \times 12000 \quad \text{ou} \quad D = 12000 \div 5 = 2400$$

$$\text{Réponse : l'échelle} = \frac{1}{2400}$$

### On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité

Les longueurs en réalités sont proportionnelles aux longueurs sur le plan

Longueurs sur le plan en cm	5	1
Longueurs en réalité en cm	12000	$x$

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produits en croix sont égaux :

$$5 \times x = 1 \times 12\,000$$

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 12\,000}{5} = 2\,400$$

L'échelle du plan est donc  $\frac{1}{2400}$ .

### 3) Utiliser l'échelle d'un plan ou d'une carte pour calculer une distance.

Sur une carte au  $\frac{1}{25000}$  la distance entre deux villes mesure 7,4 cm.

On veut calculer en km la distance réelle entre ces deux villes.

Si l'échelle est au  $\frac{1}{25000}$ , cela signifie que 1 cm sur la carte représente 25 000 cm dans la réalité.

D'autre part 7,4 cm sur la carte représente la distance inconnue notée «  $x$  ».

Les dimensions sur une carte étant proportionnelles aux dimensions réelles, on peut donc construire un tableau de proportionnalité.

Longueurs sur la carte en cm	1	7,4
Longueurs en réalité en cm	25 000	$x$

On a donc :  $1 \times x = 25\,000 \times 7,4$  ; soit  $x = 185\,000$

La distance est :  $x = 185\,000 \text{ cm} = 1,85 \text{ km}$ .

## B - CALCULER UN POURCENTAGE

Exemple 1 : Un CD audio coûte 20 € hors taxes. Pour connaître son prix de vente on rajoute 1,34 € de taxes. Quel pourcentage de taxes représentent ces taxes ?

Prix hors taxes	20	100
Taxes	1,34	$x$

Le coefficient de proportionnalité est :  $\frac{1,34}{20}$

$$\text{D'où : } x = \frac{1,34}{20} \times 100 = \frac{1,34 \times 100}{20} = \frac{134}{20} = 6,7$$

**Conclusion:** Ces taxes représentent 6,7 % du prix hors taxes.

Exemple 2 : Dans un collège, il y a 264 filles sur un total de 550 élèves. Calcule le pourcentage de filles dans ce collège.

Nombre total d'élèves	550	100
Nombre de filles	264	$x$

Les produits en croix sont égaux :  $x \times 550 = 264 \times 100$

$$\text{D'où } x = \frac{264 \times 100}{550} = \frac{24 \times 11 \times 5 \times 10 \times 2}{11 \times 5 \times 10} = 48$$

**Conclusion:** Il y a 48 % de filles dans ce collège.

## C - MESURES DU TEMPS

Les durées exprimées en heures et les durées correspondantes exprimées en minutes sont proportionnelle.

Exemples :

- Exprimer 48 min en heure

60	48	: 60
1	t	

$$t = 48 : 60 = 0,8$$

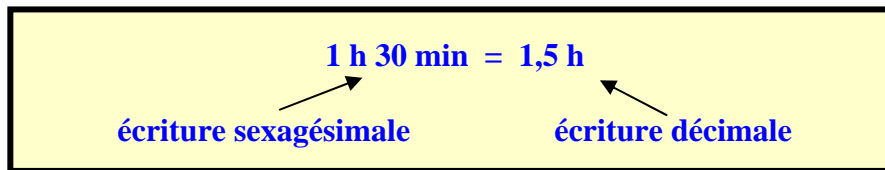
$$48 \text{ min} = 0,8 \text{ h}$$

- Exprimer 2,45 h en minutes

1	2,45	x 60
60	t	

$$t = 2,45 \times 60 = 147$$

$$2,45 \text{ h} = 147 \text{ min}$$



A savoir :

$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$  ;  $1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$  ;  $0,1 \text{ h} = 6 \text{ min}$  ;  $0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$   
 $0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}$  ;  $0,75 \text{ h} = 45 \text{ min}$  ;  $1 \text{ min} = 1/60 \text{ h}$

### Comment convertir 75 683 secondes en heures-minutes-secondes

On cherche d'abord le nombre de minutes dans 75 683 s

- $75\,683 : 60 \approx 1\,261,38\dots$
- Il y a donc 1 261 min dans 75 683 s
- Soit  $75\,683 - 1\,261 \times 60 = 23$  Il reste donc 23 s
- Ainsi :  $75\,683 \text{ s} = 1\,261 \text{ min } 23 \text{ s}$

On cherche maintenant le nombre d'heures dans 1 261 min

- $1\,261 : 60 \approx 21,016\dots$
- Il y a donc 21 h dans 1 261 min
- Soit  $1\,261 - 21 \times 60 = 1$  Il reste donc 1 min

Conclusion :  $75\,683 \text{ s} = 21 \text{ h } 1 \text{ min } 23 \text{ s}$

## D - MOUVEMENT UNIFORME

Définition : Un mouvement est uniforme s'il y a proportionnalité entre la durée du parcours et la distance parcourue.

Dans un mouvement uniforme la vitesse est constante

Exemple : Le record de vitesse moyenne du TGV entre Paris et Lille est de 240 km/h.

Quelle distance fait-il en 2 heures et 15 min ?

La vitesse moyenne est de 240 km / h, donc la **distance parcourue** est proportionnelle au **temps**

<b>Temps du parcours en heures</b>	1	2,25
<b>Distance parcourue en km</b>	240	x

15 min = 0,25 h

Les produits en croix sont égaux :  $x \times 1 = 240 \times 2,25$

$$\text{D'où } x = \frac{240 \times 2,25}{1} = 540$$

**Conclusion:** En 2 heures et 15 minutes, le TGV a parcourue 540 km.