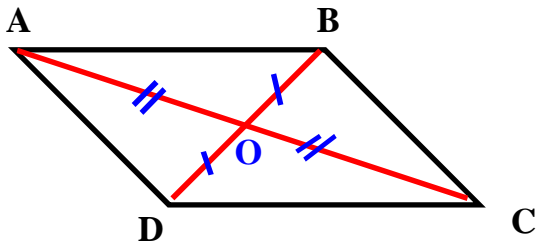


**SYNTHESE : Thème N° 13: SYMETRIE (3) – PARALLELOGRAMME (2)
DEMONSTRATION (2) - QUADRILATERES - ANGLES**

A - PROPRIETES DU PARALLELOGRAMME

PROPRIETE 1 : Par ses diagonales

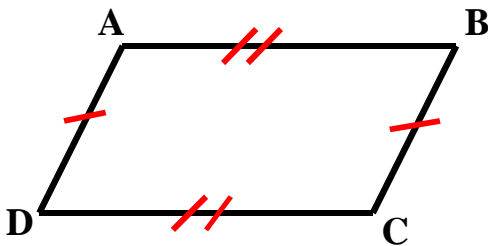
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.



$OA = OC$ et $OB = OD$, alors O est le milieu des diagonales du parallélogramme ABCD.

PROPRIETE 2 : Par ses côtés

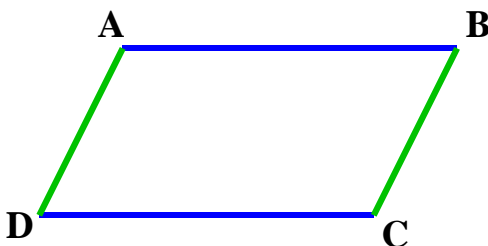
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur



Si ABCD est un parallélogramme

Alors $AB = DC$ et $AD = BC$

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

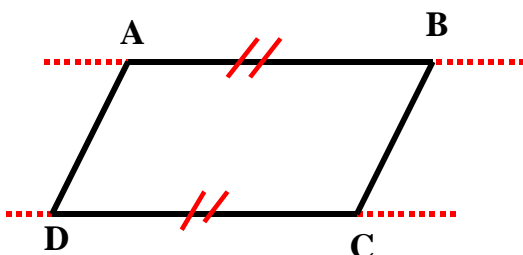


Si ABCD est un parallélogramme

Alors $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$

PROPRIETE 3 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.



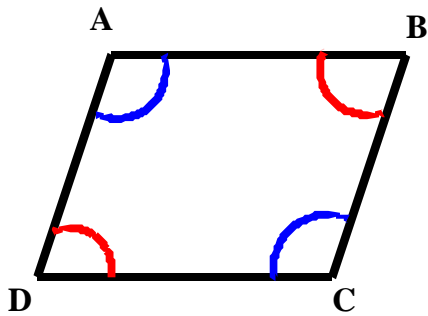
Si ABCD est un parallélogramme

Alors : $(AB) \parallel (DC)$

$AB = DC$

PROPRIETE 4 : Par ses angles

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont même mesure



Si ABCD est un parallélogramme

$$\text{Alors } \widehat{DAB} = \widehat{BCD}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$$

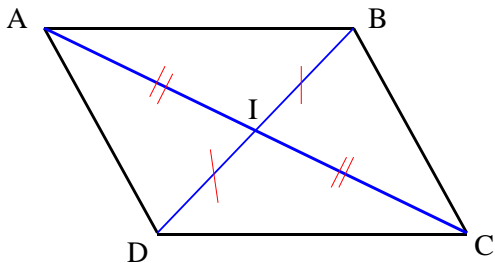
B - RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME

Par ses diagonales

Si un quadrilatère à un centre de symétrie, alors c'est un parallélogramme.

Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Hypothèse: I milieu de [AC] et [DB]

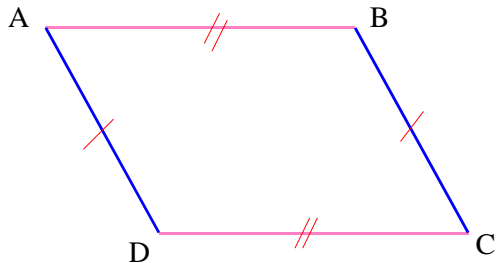


Conclusion: ABCD est un parallélogramme

Par ses côtés

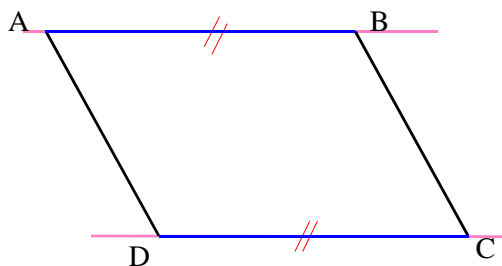
Si un quadrilatère a les côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Hypothèse: $AB = DC$ et $AD = BC$



Conclusion: ABCD est un parallélogramme

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

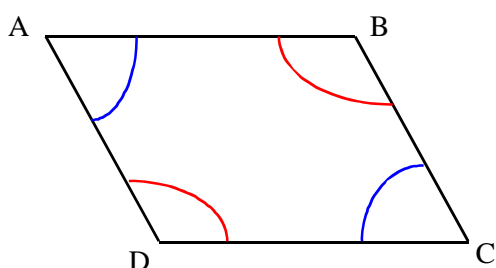


Hypothèse: $AB = DC$ et $(AB) \parallel (DC)$

Conclusion: ABCD est un parallélogramme

Par ses angles

Si un quadrilatère a les angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.

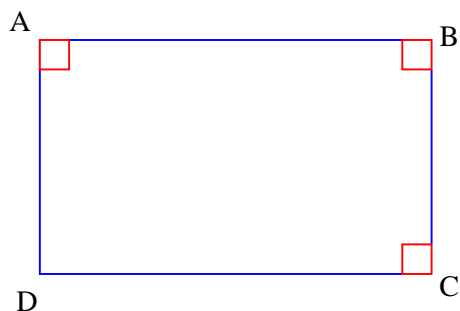


Hypothèse: $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

Conclusion: ABCD est un parallélogramme

C - RECONNAITRE UN RECTANGLE

☞ Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.



Hypothèse: les angles \widehat{ABC} , \widehat{BCD} et \widehat{DAB} sont droits.

Conclusion: ABCD est un rectangle

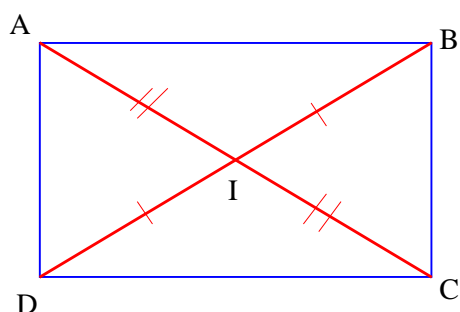
☞ Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et l'angle \widehat{DAB} est droit



Conclusion: ABCD est un rectangle

☞ Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle.

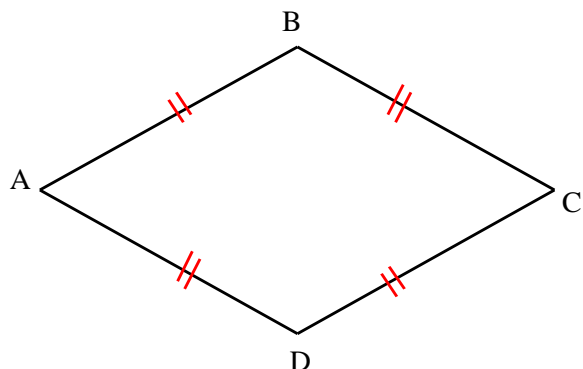


Hypothèse: Le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] et $AC = BD$

Conclusion: ABCD est un rectangle

D - RECONNAITRE UN LOSANGE

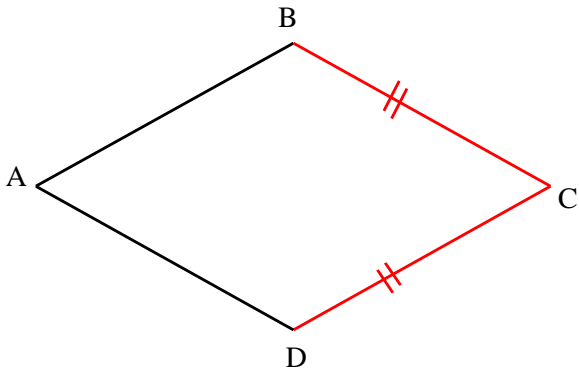
☞ Un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.



Hypothèse: $AB = BC = CD = DA$.

Conclusion: ABCD est un losange

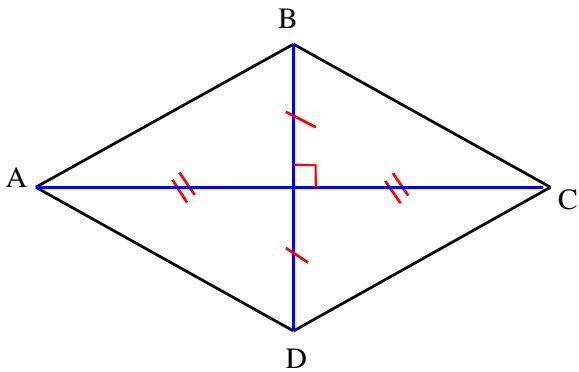
☞ **Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.**



Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et $BC = CD$.

Conclusion: ABCD est un losange

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un losange.**

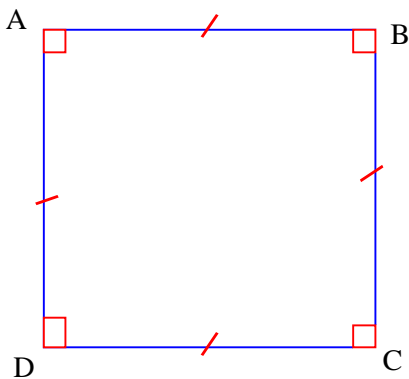


Hypothèse: Le point I est le milieu des segments $[AC]$ et $[BD]$ et de plus $(AC) \perp (BD)$

Conclusion: ABCD est un losange

E - RECONNAITRE UN CARRE

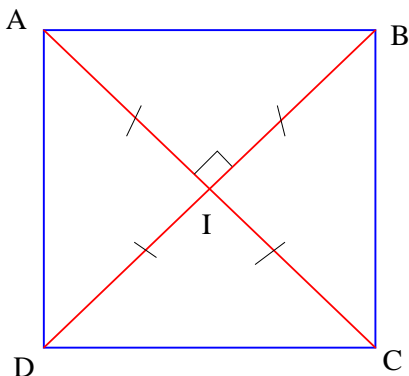
☞ **Un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange est un carré.**



Hypothèse: $AB = BC = CD = DA$ et $(AB) \perp (BC)$

Conclusion: ABCD est un carré.

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré.**

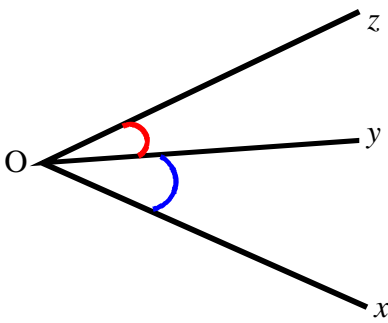


Hypothèse: le point I est le milieu des segments $[AC]$ et $[BD]$, $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$

Conclusion: ABCD est un carré.

F - ANGLÉS ET SYMÉTRIE

1°) VOCABULAIRE

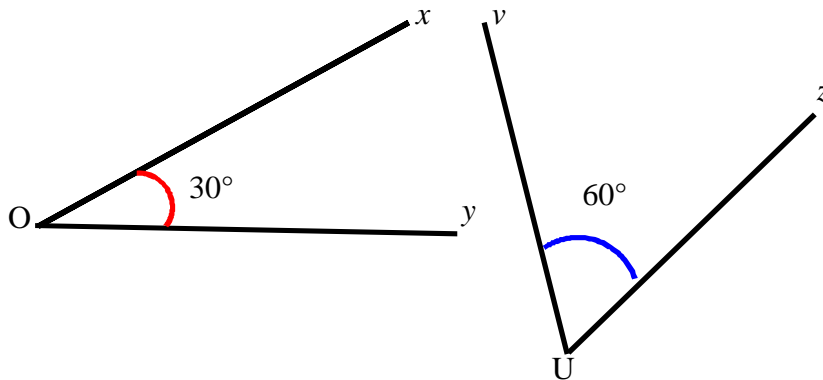


a. Angles adjacents

Deux angles sont adjacents lorsque :

- ils ont le même sommet,
- ils sont situés de part et d'autre d'un côté qu'ils ont en commun.

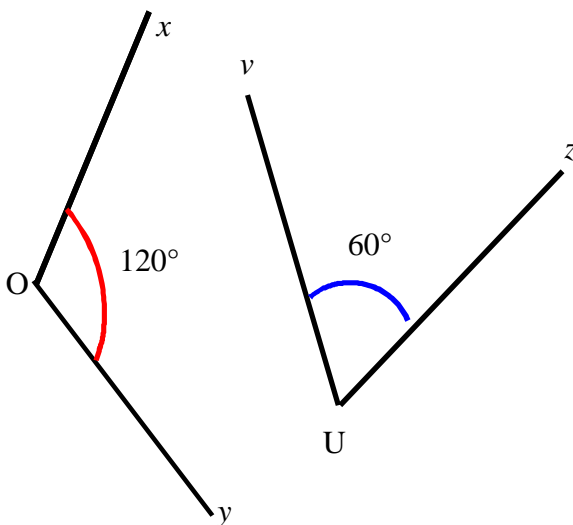
Exemple : Les angles \widehat{xOy} et \widehat{yOz} sont adjacents



b. Angles complémentaires

Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90° .

Exemple : \widehat{xOy} et \widehat{vUz} sont complémentaires car $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$



c. Angles supplémentaires

Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180° .

Exemple : \widehat{xOy} et \widehat{vUz} sont supplémentaires car $120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

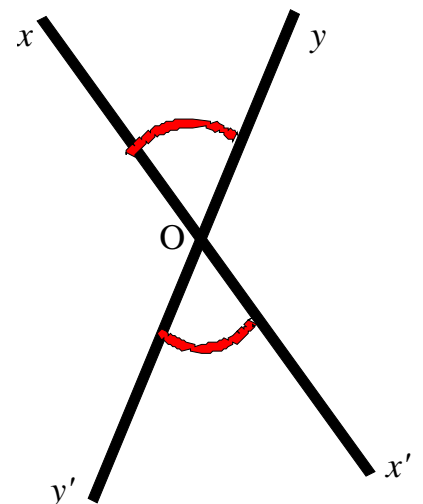
d. Angles opposés par le sommet

Deux angles sont opposés par le sommet lorsque :

- ils ont le même sommet,
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

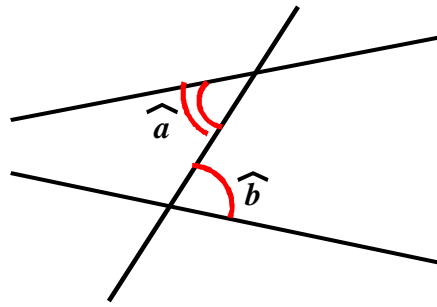
Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

Exemple : Les angles $\widehat{xOx'}$ et $\widehat{yOy'}$ sont opposés par le sommet.



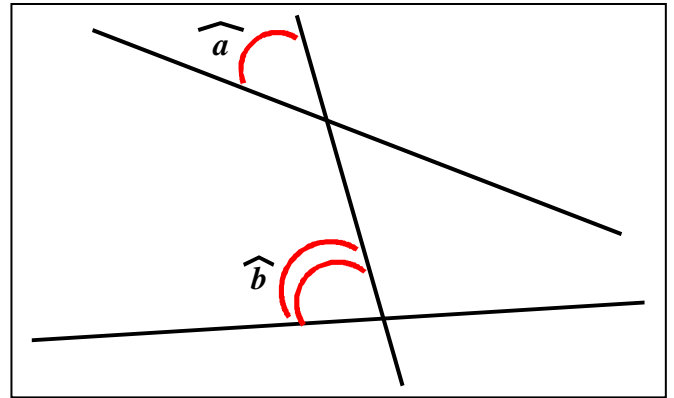
f. Angles alternes-internes

Les deux angles sont situés de part et d'autre d'une droite sécante à deux autres droites et entre ces deux droites



e. Angles correspondants

Les deux angles sont situés d'un même côté par rapport à une droite sécante à deux autres droites, l'un entre les deux droites, l'autre ne l'est pas.



2°) PARALLELES ET ANGLES : PROPRIETES

- Si deux droites, coupées par une sécante, sont parallèles alors les angles alternes internes qu'elles forment sont égaux.
- Si deux droites, coupées par une sécante, forment deux angles alternes internes égaux, alors les deux droites sont parallèles.
- Si deux droites, coupées par une sécante, sont parallèles alors les angles correspondants qu'elles forment sont égaux.
- Si deux droites, coupées par une sécante, forment deux angles correspondants égaux, alors les deux droites sont parallèles.

