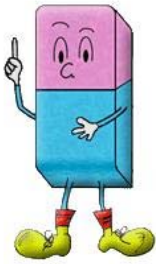
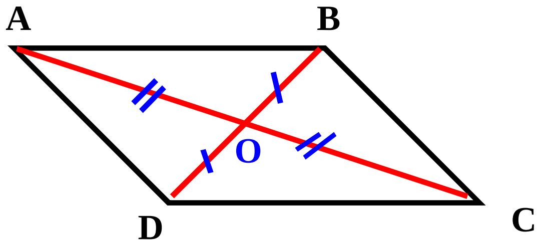


SYNTHESE : Thème N° 13: SYMETRIE (3) – PARALLELOGRAMME (2)
DEMONSTRATION (2) - QUADRILATERES - ANGLES

A - PROPRIETES DU PARALLELOGRAMME

PROPRIETE 1 : Par ses diagonales

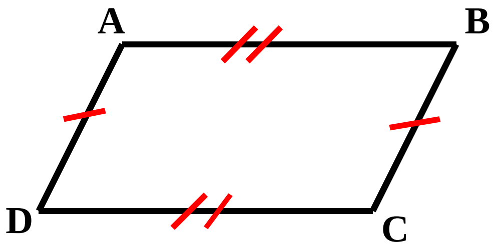
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.



OA = OC et OB = OD , alors O est le milieu des diagonales du parallélogramme ABCD.

PROPRIETE 2 : Par ses côtés

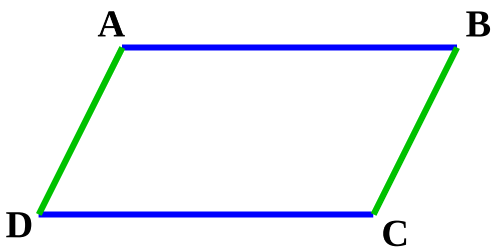
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur



Si ABCD est un parallélogramme

Alors AB = DC et AD = BC

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

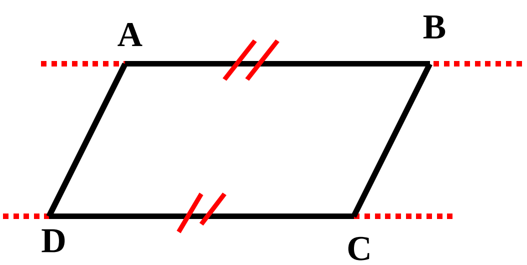


Si ABCD est un parallélogramme

Alors (AB) // (DC) et (AD) // (BC)

PROPRIETE 3 :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.



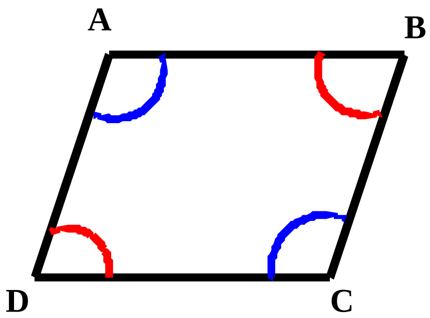
Si ABCD est un parallélogramme

Alors : (AB) // (DC)

AB = DC

PROPRIETE 4 : <u>Par ses angles</u>

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont même mesure



Si ABCD est un parallélogramme

Alors $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

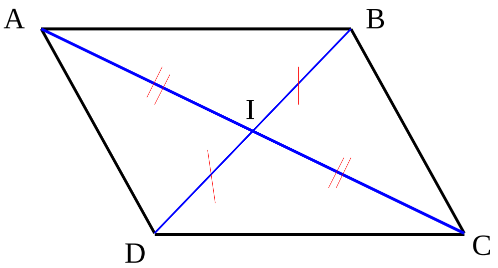
$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$

B - RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME

☞ Par ses diagonales

Si un quadrilatère à un centre de symétrie, alors c'est un parallélogramme.
Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

<u>Hypothèse:</u> I milieu de [AC] et [DB]

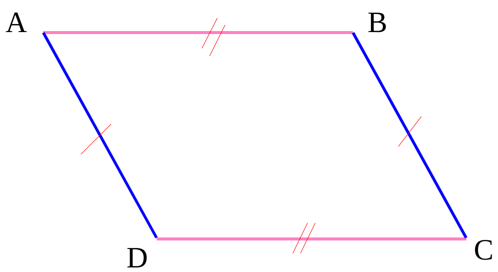


<u>Conclusion:</u> ABCD est un parallélogramme

☞ Par ses côtés

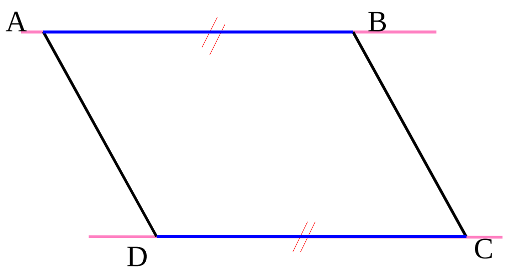
Si un quadrilatère a les côtés opposés de même longueur , alors c'est un parallélogramme.

<u>Hypothèse:</u> AB = DC et AD = BC



<u>Conclusion:</u> ABCD est un parallélogramme

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

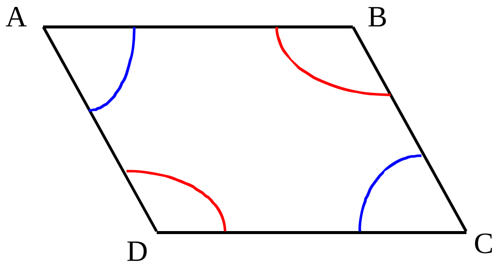


<u>Hypothèse:</u> AB = DC et (AB) // (DC)

<u>Conclusion:</u> ABCD est un parallélogramme

☞ Par ses angles

Si un quadrilatère a les angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.



<u>Hypothèse:</u> $\hat{ADC} = \hat{ABC}$ et $\hat{DAB} = \hat{BCD}$

<u>Conclusion:</u> ABCD est un parallélogramme

C - RECONNAITRE UN RECTANGLE

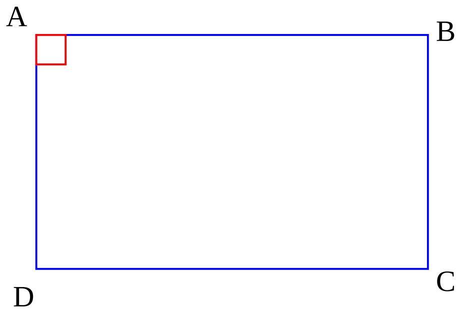
☞ **Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.**

Hypothèse: les angles $\widehat{ABC}, \widehat{BCD}$ et $\widehat{DAB}$ sont droits.

Conclusion: ABCD est un rectangle

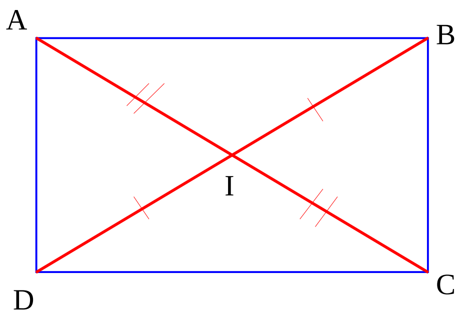
☞ **Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.**

Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et l'angle $\widehat{DAB}$ est droit



Conclusion: ABCD est un rectangle

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle.**

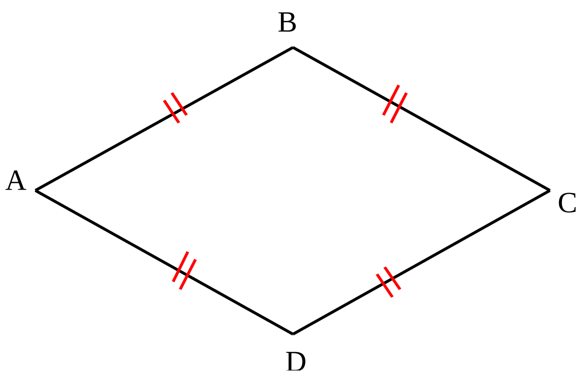


Hypothèse: Le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] et AC = BD

Conclusion: ABCD est un rectangle

D - RECONNAITRE UN LOSANGE

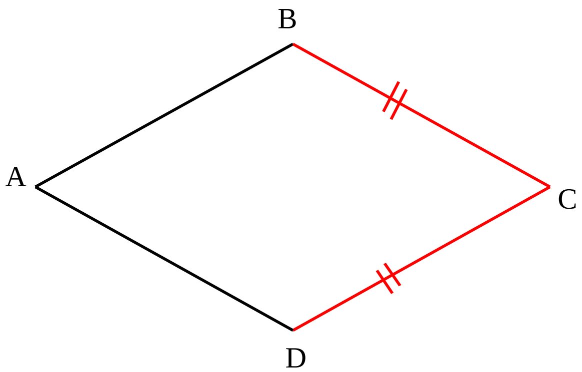
☞ **Un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.**



Hypothèse: AB = BC = CD = DA.

Conclusion: ABCD est un losange

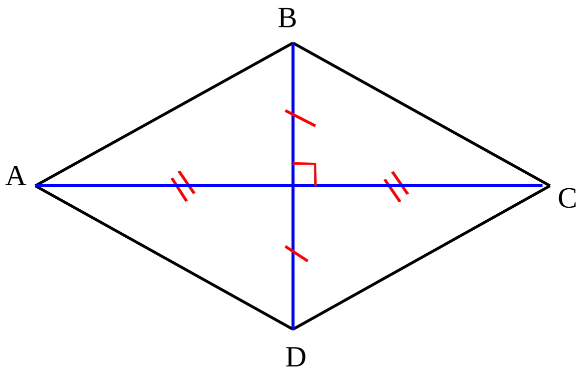
☞ **Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.**



Hypothèse: ABCD est un parallélogramme et BC = CD.

Conclusion: ABCD est un losange

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un losange.**

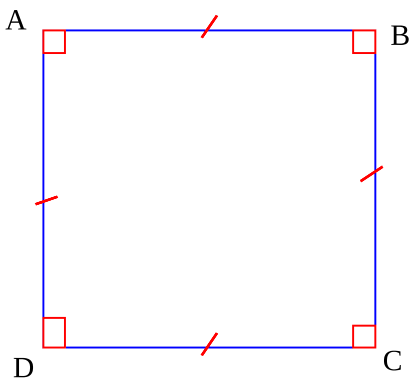


Hypothèse: Le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] et de plus (AC) ⊥ (BD)

Conclusion: ABCD est un losange

E - RECONNAITRE UN CARRE

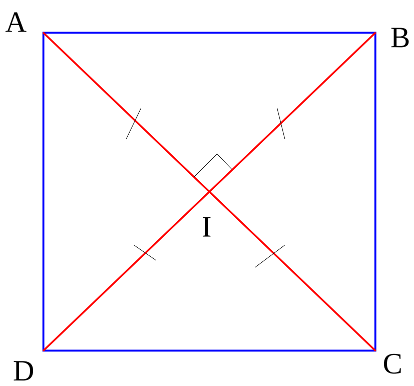
☞ **Un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange est un carré.**



Hypothèse: AB = BC = CD = DA et (AB) ⊥ (BC)

Conclusion: ABCD est un carré.

☞ **Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré.**

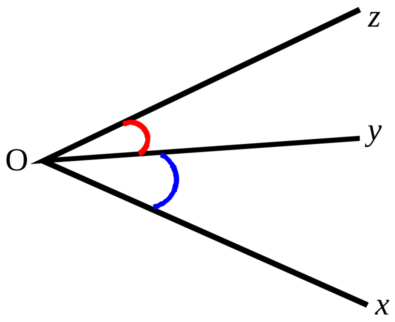


Hypothèse: le point I est le milieu des segments [AC] et [BD] , AC = BD et (AC) ⊥ (BD)

Conclusion: ABCD est un carré.

F - ANGLES ET SYMETRIE

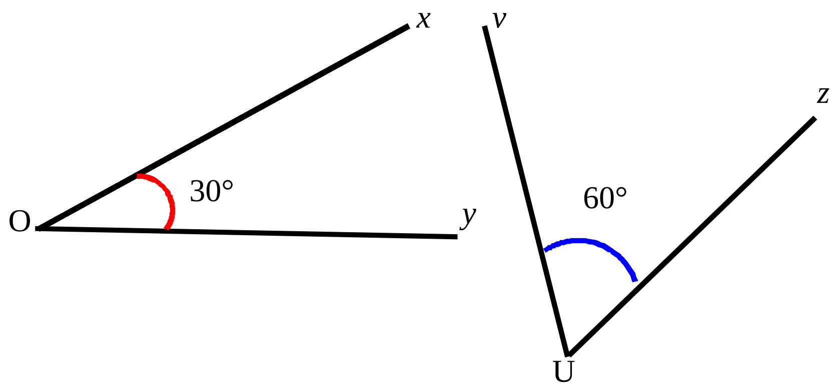
1°) VOCABULAIRE



a. Angles adjacents

Deux angles sont adjacents lorsque :
- ils ont le même sommet,
- ils sont situés de part et d'autre d'un côté qu'ils ont en commun.

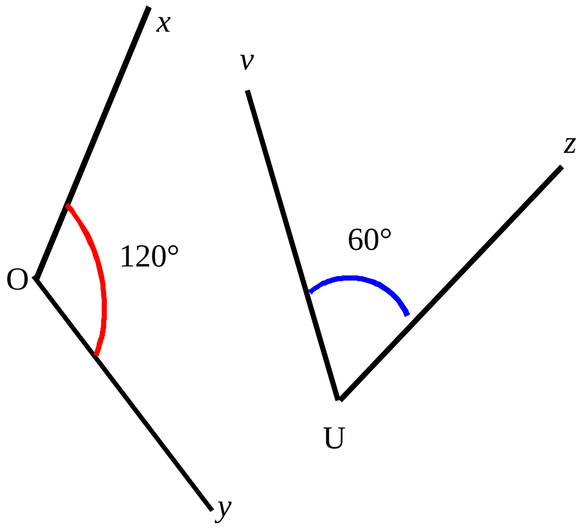
Exemple : Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents



b. Angles complémentaires

Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Exemple : $\widehat{xOy}$ et $\widehat{vUz}$ sont complémentaires car
60° + 30° = 90°



c. Angles supplémentaires

Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°.

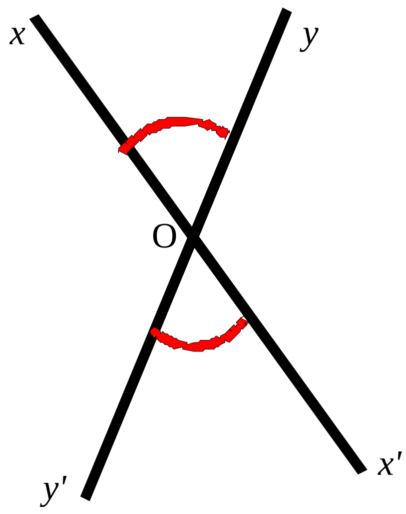
Exemple : $\widehat{xOy}$ et $\widehat{vUz}$ sont supplémentaires car
120° + 60° = 180°

d. Angles opposés par le sommet

Deux angles sont opposés par le sommet lorsque :
- ils ont le même sommet,
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

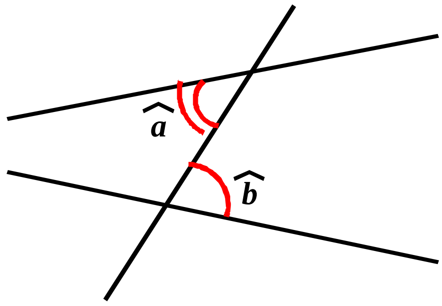
Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

Exemple : Les angles $\widehat{xOx'}$ et $\widehat{yOy'}$ sont opposés par le sommet.



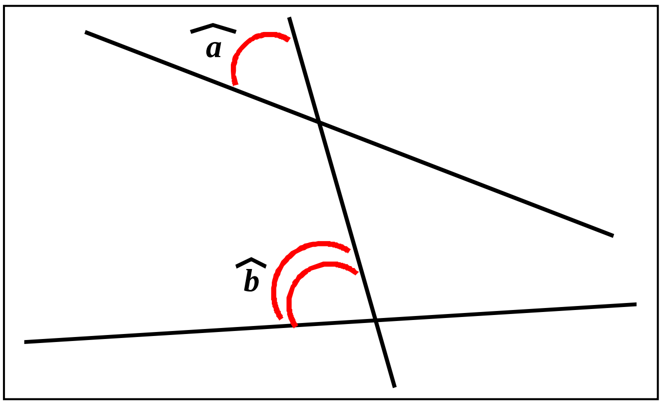
e. Angles alternes-internes

Les deux angles sont situés de part et d’autre d’une droite sécante à deux autres droites et entre ces deux droites



f. Angles correspondants

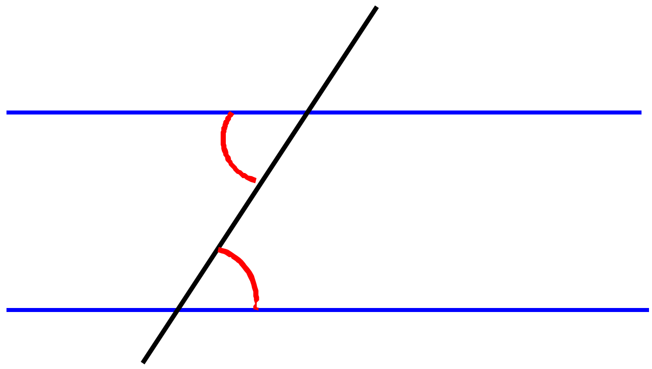
Les deux angles sont situés d’un même côté par rapport à une droite sécante à deux autres droites, l’un entre les deux droites, l’autre ne l’est pas.



2°) PARALLELES ET ANGLES : PROPRIETES

- Si deux droites, coupées par une sécantes, sont parallèles alors les angles alternes internes qu’elles forment sont égaux.

- Si deux droites, coupées par une sécante, forment deux angles alternes internes égaux, alors les deux droites sont parallèles.



- Si deux droites, coupées par une sécantes, sont parallèles alors les angles correspondants qu’elles forment sont égaux.

- Si deux droites, coupées par une sécante, forment deux angles correspondants égaux, alors les deux droites sont parallèles.