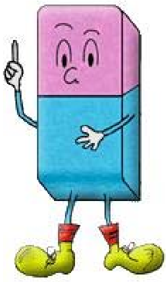

SYNTHESE : Thème N°12: PROPORTIONNALITE (2) : ECHELLE – POURCENTAGE – MOUVEMENT UNIFORME - DUREE 5-ème

* *

A - ECHELLE DES PLANS ET DES CARTES

Convention :

Les dimensions sur un plan ou sur une carte routière sont proportionnelles aux dimensions réelles.

Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la longueur mesurée sur un plan, et exprimée généralement en cm, à la longueur réelle, exprimée obligatoirement dans la même unité, est un nombre, appelé « **échelle du plan** ».

Si les dimensions sur le plan sont supérieures aux dimensions réelles, on dit que l'on a fait un agrandissement.
Si les dimensions sur le plan sont inférieures aux dimensions réelles, on dit que l'on a fait une réduction.
et dans ce cas l'échelle se note généralement sous la forme d'une fraction de numérateur 1 .

Définition :

échelle d'un plan = $\dfrac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{Longueur réelle}}$

(ces longueurs étant exprimées dans la même unité)

1) Décoder le symbole de l'échelle sur un plan ou une carte.

0 10 km

1 cm sur ce plan représente 10 km dans la réalité,
ou (avec la même unité) 1 cm sur ce plan représente 1 000 000 cm dans la réalité.

$$\text{échelle} = \frac{longueur \quad mesurée \quad sur \quad le \quad plan}{longueur \quad réelle} = \frac{1.}{1000000}$$

Un plan dont l'échelle est $\dfrac{1}{1000000}$ a toutes ses mesures 1 000 000 fois plus petites que dans la réalité.

2) Calculer l'échelle connaissant la distance sur le plan ou sur une carte et la distance réelle

Une longueur de 120 m est représentée sur un plan par un segment de 5 cm.
On veut trouver l'échelle de ce plan.

- On commence par convertir les informations fournies dans la même unité de mesure :

120 m = 12 000 cm

- On applique la définition : $\text{échelle} = \dfrac{longueur \quad mesurée \quad sur \quad le \quad plan}{longueur \quad réelle} = \dfrac{5}{12000}$

- L'échelle étant inférieure à 1 on la note sous la forme d'une fraction de numérateur 1.

Appelons « D » son dénominateur.

$$\frac{5}{12000} = \frac{1}{D} \qquad donc \qquad 5 \times D = .1 \times 12000 \qquad ou \qquad D = 12000 \div 5 = 2400$$

Réponse : l'échelle = $\dfrac{1}{2400}$

On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité

Les longueurs en réalités sont proportionnelles aux longueurs sur le plan

Longueurs sur le plan en cm	5	1
Longueurs en réalité en cm	12000	x

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produits en croix sont égaux :

$5 \times x = 1 \times 12\,000$ D'où $x = \frac{1 \times 12000}{5} = 2\,400$

L'échelle du plan est donc $\frac{1}{2400}$.

3) Utiliser l'échelle d'un plan ou d'une carte pour calculer une distance.

Sur une carte au $\frac{1}{25000}$ la distance entre deux villes mesure 7,4 cm.

On veut calculer en km la distance réelle entre ces deux villes.

Si l'échelle est au $\frac{1}{25000}$, cela signifie que 1 cm sur la carte représente 25 000 cm dans la réalité.

D'autre part 7,4 cm sur la carte représente la distance inconnue notée « x ».

Les dimensions sur une carte étant proportionnelles aux dimensions réelles, on peut donc construire un tableau de proportionnalité.

Longueurs sur la carte en cm	1	7,4
Longueurs en réalité en cm	25 000	x

On a donc : $1 \times x = 25\,000 \times 7{,}4$; soit $x = 185\,000$

La distance est : $x = 185\,000$ cm $= 1{,}85$ km.

B - CALCULER UN POURCENTAGE

Exemple1 : Un CD audio coûte 20 € hors taxes. Pour connaître son prix de vente on rajoute 1,34 € de taxes.
Quel pourcentage de taxes représentent ces taxes ?

Prix hors taxes	20	100
Taxes	1,34	x

Le coefficient de proportionnalité est : $\frac{1{,}34}{20}$

D'où : $x = \frac{1{,}34}{20} \times 100 = \frac{1{,}34 \times 100}{20} = \frac{134}{20} = 6{,}7$

Conclusion: Ces taxes représentent 6,7 % du prix hors taxes.

Exemple 2 : Dans un collège, il y a 264 filles sur un total de 550 élèves.
Calcule le pourcentage de filles dans ce collège.

Nombre total d'élèves	550	100
Nombre de filles	264	x

Les produits en croix sont égaux : $x \times 550 = 264 \times 100$

D'où $x = \frac{264 \times 100}{550} = \frac{24 \times 11 \times 5 \times 10 \times 2}{11 \times 5 \times 10} = 48$

Conclusion: Il y a 48 % de filles dans ce collège.

C - MESURES DU TEMPS

Les durées exprimées en heures et les durées correspondantes exprimées en minutes sont proportionnelle.

Exemples :

- Exprimer 48 min en heure

60	48
1	t

: 60

$t = 48 : 60 = 0{,}8$

48 min = 0,8 h

- Exprimer 2,45 h en minutes

1	2,45
60	t

x 60

$t = 2{,}45 \times 60 = 147$

2,45 h = 147 min

1 h 30 min = 1,5 h

écriture sexagésimale **écriture décimale**

A savoir :

1 h = 60 min ; 1 h = 3 600 s ; 0,1 h = 6 min ; 0,5 h = 30 min

0,25 h = 15 min ; 0,75 h = 45 min ; 1 min = 1/60 h

Comment convertir 75 683 secondes en heures-minutes-secondes

On cherche d'abord le nombre de minutes dans 75 683 s

- 75 683 : 60 ≈ 1 261,38…
- Il y a donc 1 261 min dans 75 683 s
- Soit 75 683 - 1 261 × 60 = 23 Il reste donc 23 s
- Ainsi : 75 683 s = 1 261 min 23 s

On cherche maintenant le nombre d'heures dans 1 261 min

- 1 261 : 60 ≈ 21,016…
- Il y a donc 21 h dans 1 261 min
- Soit 1 261 - 21 × 60 = 1 Il reste donc 1 min

Conclusion : $\boxed{\text{75 683 s = 21 h 1 min 23 s}}$

D - MOUVEMENT UNIFORME

Définition : Un mouvement est uniforme s'il y a proportionnalité entre la durée du parcours et la distance parcourue.

Dans un mouvement uniforme la vitesse est constante

Exemple : Le record de vitesse moyenne du TGV entre Paris et Lille est de 240 km/h.
Quelle distance fait-il en 2 heures et 15 min ?

La vitesse moyenne est de 240 km / h, donc la distance parcourue est proportionnelle au temps

Temps du parcours en heures	1	2,25
Distance parcourue en km	240	x

15 min = 0,25 h

Les produits en croix sont égaux : $x \times 1 = 240 \times 2{,}25$

D'où $x = \dfrac{240 \times 2{,}25}{1} = 540$

Conclusion: En 2 heures et 15 minutes, le TGV a parcourue 540 km.