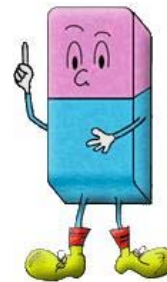


REGLES DE CALCUL - CALCUL LITTERAL (1)

Nombres relatifs (3)



A -CALCULS SANS PARENTHESSES

Règle 1 :

Dans un calcul sans parenthèses comportant uniquement des additions et des soustractions ou uniquement des multiplications et des divisions, on effectue les calculs **de gauche à droite**

Exemples :

$$\begin{aligned}
 A &= 15 + 2,5 - 4 \\
 A &= \underbrace{15 + 2,5}_{17,5} - 4 \\
 A &= \underbrace{17,5 - 4}_{13,5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= 35 \div 5 \times 6 \\
 B &= \underbrace{35 \div 5}_7 \times 6 \\
 B &= \underbrace{7 \times 6}_{42}
 \end{aligned}$$

Règle 2 :

Dans un calcul sans parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions **en priorité** sur les additions et les soustractions

Exemple :

$$\begin{aligned}
 C &= 20 - \underbrace{2 \times 3}_6 + \underbrace{15 \div 5}_3 \\
 C &= \underbrace{20 - 6}_{14} + 3 \\
 C &= \underbrace{14 + 3}_{17} \\
 C &= 17
 \end{aligned}$$

Calculer une somme algébrique

① Cas d'une écriture non simplifiée

$$D = (-5) + (+6) - (+12) + (+3) - (-7)$$

$$D = (-5) + (+6) + (-12) + (+3) + (+7) \rightarrow \text{On remplace chaque soustraction par l'addition de l'opposé}$$

$$D = (+6) + (+3) + (+7) + (-5) + (-12) \rightarrow \text{On peut regrouper les termes positifs et les termes négatifs.}$$

$$D = \underbrace{(+6) + (+3) + (+7)}_{(+16)} + \underbrace{(-5) + (-12)}_{(-17)}$$

$$D = (+16) + (-17)$$

$$D = (-1)$$

② Cas d'une écriture simplifiée

$$E = -5 + 10 - 7 - 11 + 3$$

$$E = 10 + 3 - 5 - 7 - 11 \rightarrow \text{On peut regrouper les termes positifs et les termes négatifs.}$$

$$E = \underbrace{10 + 3}_{13} - \underbrace{5 + 7 + 11}_{23}$$

$$E = 13 - 23$$

$$E = -10$$

B - CALCULS AVEC DES PARENTHÈSES

Règle 3 :

Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses, en commençant par les parenthèses **les plus intérieures**.

Exemples :

$$F = 8 \times (4 + 2)$$

$$F = 8 \times 6$$

$$F = 48$$

$$G = 5 \times (9 - (4 + 2))$$

$$G = 5 \times (9 - 6)$$

$$G = 5 \times 3$$

$$G = 15$$

C - CALCULATRICE - Ecriture de la forme

$$a + bc, \quad a + \frac{b}{c}, \quad \frac{a}{b+c}, \quad \frac{a+b}{c}, \dots$$

Expression	Autre écriture	Séquence de calcul	Résultat
$A = \frac{21,7 + 8}{5}$	$(21,7 + 8) : 5$	$(21,7 + 8) : 5 =$	5,94
$B = 21,7 + \frac{8}{5}$	$21,7 + 8 : 5$	$21,7 + 8 : 5 =$	23,3
$C = \frac{12 - 7}{6 + 2}$	$(12 - 7) : (6 + 2)$	$(12 - 7) : (6 + 2) =$	0,625
$D = \frac{16 + 8,2}{4} + 3$	$(16 + 8,2) : 4 + 3$	$(16 + 8,2) : 4 + 3 =$	9,05
$E = \frac{13,68}{3} \times 4$	$13,68 : 3 \times 4$	$13,68 : 3 \times 4 =$	18,24
$F = \frac{4,8}{5 \times 3}$	$4,8 : (5 \times 3)$	$4,8 : (5 \times 3) =$	0,32
$G = \frac{4,2}{\frac{5}{3}}$	$4,2 : 5 : 3$	$4,2 : 5 : 3 =$	0,28
$H = \frac{4,2}{\frac{5}{\frac{1}{3}}}$	$4,2 : (5 : 3)$	$4,2 : (5 : 3) =$	2,52

D - IDENTIFIER UNE EXPRESSION

Rappels sur le vocabulaire :

- Le résultat d'une addition est une **somme**
- Le résultat d'une soustraction est une **différence**
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**
- Le résultat d'une division est un **quotient**
- Les nombres que l'on additionne ou soustrait sont les **termes**.
- Les nombres que l'on multiplie sont les **facteurs**.

Comment identifier une expression :

Dans une expression, c'est **la dernière opération à effectuer** qui indiquera s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient.

Exemples :

$7 - (2 + 9)$ est une **différence**

$(6 + 3) \times 8$ est un **produit**

$2 + 7 \times 11$ est une **somme**

$(36 - 12) \div 3$ est un **quotient**

Traduire une phrase par un calcul :

Exemples : « A est la somme de 6 et du produit de 7 par 4 » **$A = 6 + 7 \times 4$**
« B est le quotient de la différence de 6 et 4 par 19 » **$B = (6 - 4) \div 19$**

E - EXPRESSION LITTÉRALE - CALCUL LITTÉRAL

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle certains nombres sont représentés par des **lettres**.

Exemple :

Gwladys a noté l'exercice suivant :

Calcule :

$25 \times 2 + 3$;	$25 \times 3 + 3$;	$25 \times 4 + 3$;	$25 \times 5 + 3$;
$25 \times 6 + 3$;	$25 \times 7 + 3$;	$25 \times 8 + 3$;	$25 \times 9 + 3$;
$25 \times 10 + 3$;	$25 \times 11 + 3$;	$25 \times 12 + 3$;	$25 \times 13 + 3$;

Gwladys veut téléphoner à Eric pour lui dicter l'exercice, mais il ne lui reste que quelques secondes de forfait, elle **ne peut donc pas dicter tous les calculs**.

Quelle consigne, la plus courte possible, donner à Eric pour qu'il sache **exactement ce qu'il doit faire** ?

Solution : Calculer $25 \times x + 3$ pour toutes les valeurs entières de x de 2 à 13

Un **calcul littéral** est un calcul qui utilise des **lettres**.

Exemple : Soit $A = 3 \times x + 5$. Calcul de la valeur de A pour $x = 12$.

$$A = 3 \times x + 5$$

$$A = 3 \times 12 + 5 \rightarrow \text{On remplace } x \text{ par le nombre } 12.$$

$$A = 36 + 5$$

$$A = 41$$

F - CONVENTION D'ECRITURE

On peut supprimer le signe « \times » quand il n'y a pas de confusion possible

Exemples : $8 \times a$ peut s'écrire $8a$
 $7 \times (x - a)$ peut s'écrire $7(x - a)$
 $(a - 4) \times (b + 7)$ peut s'écrire $(a - 4)(b + 7)$
 $3 \times x + 4 \times y = 3x + 4y$
 $6 \times a \times b \times 4 = 6 \times 4 \times a \times b = 24ab$
 $(x + y) \div 7 = \frac{x + y}{7}$

Remarque : $1 \times a = 1a = a$

G - DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

1°) Propriété de la distributivité

k, a et b désignent des nombres quelconques

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$
$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b \quad \text{et} \quad k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

La notation simplifiée est :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

2°) Dans le sens du développement

Développer signifie transformer un produit en une somme (ou une différence)

Exemple 1 :

$$\begin{aligned} 12,5 \times (10 + 8) &= 12,5 \times 10 + 12,5 \times 8 \\ &= 125 + 100 \\ &= 225 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 8 \times (10,25 - 7,5) &= 8 \times 10,25 - 8 \times 7,5 \\ &= 82 - 60 \\ &= 22 \end{aligned}$$

Exemple 2 : Calcule de manière astucieuse : 43×12 et 80×99 .

$$43 \times 12 = 43 \times (10 + 2) = 43 \times 10 + 43 \times 2 = 430 + 86 = 516$$

$$80 \times 99 = 80 \times (100 - 1) = 80 \times 100 - 80 \times 1 = 8000 - 80 = 7920$$

3°) Dans le sens de la factorisation

Factoriser signifie transformer une somme (ou une différence) en un produit

Exemple 1 : $12,5 \times 10 + 12,5 \times 8 = 12,5 \times (10 + 8)$
 $= 12,5 \times 18$
 $= 225$

On dit que **12,5 est un facteur commun** .

$$\begin{aligned} 8 \times 10,25 - 8 \times 7,5 &= 8 \times (10,25 - 7,5) \\ &= 8 \times 2,75 \\ &= 22 \end{aligned}$$

On dit que **8 est un facteur commun** .

Exemple 2 :

On a acheté 6,5 kg de pommes de terre à 2,50 €le kilogramme, puis 3,5 kg de poires à 2,50 €le kilogramme. Calcule de manière astucieuse le total des dépenses.

L'expression donnant le montant de la dépense est : **$6,5 \times 2,50 + 3,5 \times 2,50$**

$$\text{On a : } 6,5 \times 2,50 + 3,5 \times 2,50 = 2,50 \times (6,5 + 3,5) = 2,50 \times 10 = 25$$

Conclusion : le montant de la dépense s'élève à 25 €

Exemple 3 : Simplifie les écritures suivantes : $5x + 3x$; $8x - 3x$

$$5x + 3x = 5 \times x + 3 \times x = x \times (5 + 3) = x \times 8 = 8x$$

$$8x - 3x = 8 \times x - 3 \times x = x \times (8 - 3) = x \times 5 = 5x$$

Document (synthèse)

Expression	Autre écriture	Séquence de calcul	Résultat
$A = \frac{21,7 + 8}{5}$			
$B = 21,7 + \frac{8}{5}$			
$C = \frac{12 - 7}{6 + 2}$			
$D = \frac{16 + 8,2}{4} + 3$			
$E = \frac{13,68}{3} \times 4$			
$F = \frac{4,8}{5 \times 3}$			
$G = \frac{\frac{4,2}{5}}{3}$			
$H = \frac{4,2}{\frac{5}{3}}$			

Exemple :

Gwladys a noté l'exercice suivant :

Calcule :							
$25 \times 2 + 3$;	$25 \times 3 + 3$;	$25 \times 4 + 3$;	$25 \times 5 + 3$;
$25 \times 6 + 3$;	$25 \times 7 + 3$;	$25 \times 8 + 3$;	$25 \times 9 + 3$;
$25 \times 10 + 3$;	$25 \times 11 + 3$;	$25 \times 12 + 3$;	$25 \times 13 + 3$;

Gwladys veut téléphoner à Eric pour lui dicter l'exercice, mais il ne lui reste que quelques secondes de forfait, elle **ne peut donc pas dicter tous les calculs.**

Quelle consigne, la plus courte possible, donner à Eric pour qu'il sache **exactement ce qu'il doit faire** ?

Solution :

Exemple :

Gwladys a noté l'exercice suivant :

Calcule :							
$25 \times 2 + 3$;	$25 \times 3 + 3$;	$25 \times 4 + 3$;	$25 \times 5 + 3$;
$25 \times 6 + 3$;	$25 \times 7 + 3$;	$25 \times 8 + 3$;	$25 \times 9 + 3$;
$25 \times 10 + 3$;	$25 \times 11 + 3$;	$25 \times 12 + 3$;	$25 \times 13 + 3$;

Gwladys veut téléphoner à Eric pour lui dicter l'exercice, mais il ne lui reste que quelques secondes de forfait, elle **ne peut donc pas dicter tous les calculs.**

Quelle consigne, la plus courte possible, donner à Eric pour qu'il sache **exactement ce qu'il doit faire** ?

Solution :

Exemple :

Gwladys a noté l'exercice suivant :

Calcule :							
$25 \times 2 + 3$;	$25 \times 3 + 3$;	$25 \times 4 + 3$;	$25 \times 5 + 3$;
$25 \times 6 + 3$;	$25 \times 7 + 3$;	$25 \times 8 + 3$;	$25 \times 9 + 3$;
$25 \times 10 + 3$;	$25 \times 11 + 3$;	$25 \times 12 + 3$;	$25 \times 13 + 3$;

Gwladys veut téléphoner à Eric pour lui dicter l'exercice, mais il ne lui reste que quelques secondes de forfait, elle **ne peut donc pas dicter tous les calculs.**

Quelle consigne, la plus courte possible, donner à Eric pour qu'il sache **exactement ce qu'il doit faire** ?

Solution :