

# THEME 7: NOTION DE DEMONSTRATION

\*\*\*\*\*

## Exercice n°1 :

1. Dans l'énoncé suivant, souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion** :

« **Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3** alors **il est divisible par 6** »

- Pierre dit : Cet énoncé est vrai, car cela marche pour les nombres 18, 36 et 42.  
D'après la règle ② du débat mathématiques, Pierre a **tort**
- Jacques dit : Cet énoncé est des fois vrai (par exemple pour 24), des fois faux (par exemple pour 21).  
D'après la règle ①, Jacques a **tort**
- Stéphanie dit : Cet énoncé est faux, car cela ne marche pas pour 15.  
D'après la règle ④, Stéphanie a **raison**.

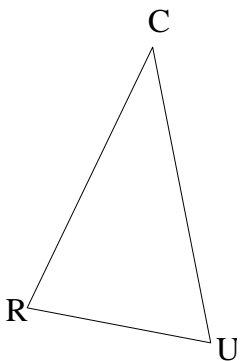
2. Ecrire la **réciproque** de cet énoncé (souligne en vert la **condition** et en rouge la **conclusion**) :

« **Quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 6** alors **il est divisible par 3** »

- Pierre dit : La réciproque est vraie, car cela marche pour tous les nombres que j'ai testés : 12, 24, 30 ...  
D'après la règle ②, Pierre a **tort**.
- Stéphanie dit : Je ne peux pas conclure pour la réciproque, car je n'ai pas testés tous les nombres entiers.  
D'après la règle ①, Stéphanie a **tort**

## Exercice n°2 :

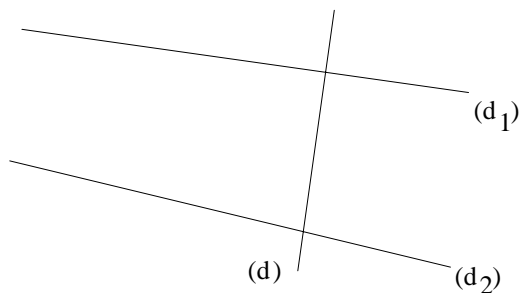
Données : On considère le triangle CRU ( figure ci-contre ). Est-il isocèle ?



- Jacques dit : J'ai mesuré [CR] et [CU]; j'ai trouvé  $CR = 4 \text{ cm}$  et  $CU = 4 \text{ cm}$ , donc CRU est un triangle isocèle en C.  
D'après la règle ⑤, Jacques a **tort**.
- Pierre dit : Je n'ai pas assez de données pour conclure.  
D'après la règle ①, Pierre a **tort**.

## Exercice n°3 :

Données :  $(d_1) \perp (d)$  et  $(d_2) \perp (d)$  (figure ci-contre).



- Pierre dit : D'après la figure, les droites ne sont parallèles.  
D'après la règle ⑤, Pierre a **tort**
- Stéphanie dit : Si deux droites sont perpendiculaires à la même droite, alors elles sont parallèles entre elles.  
J'en conclus que les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles.  
D'après la règle ③, Stéphanie a **raison**.

### Exercice n°4 :

1. Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? Justifier.

a) Si un nombre entier est divisible par 5 alors il est impair :

**Faux car 10 est un contre exemple : 10 vérifie la condition mais ne vérifie pas la conclusion**

b) Si deux droites sont perpendiculaires alors elles sont sécantes :

**Vrai ( Il s'agit d'une propriété sur les droites)**

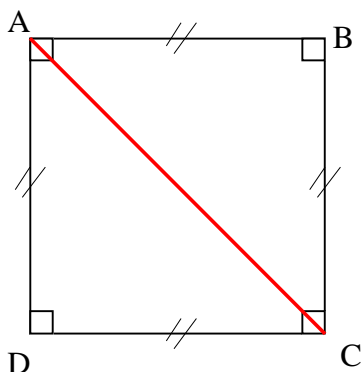
2. Ecrire la réciproque des énoncés précédents puis indiquer si elles sont vraies ou fausses. Justifier.

a) **Si un nombre entier est impair alors il est divisible par 5.**

**L'énoncé est fausse car 13 est un contre exemple : 13 vérifie la condition mais pas la conclusion.**

b) **Si deux droites sont sécantes alors elles sont perpendiculaires**

**L'énoncé est fausse car toute droite sécantes ne sont pas obligatoirement perpendiculaires.**



### Exercice n°5 :

Pour Monique, d'après la règle ⑤, elle a tort.

Pour Marc : D'après la règle ③, il a raison

### Exercice n°6 :

1. « Quel que soit le nombre choisi, s'il est supérieur à 17 alors il est supérieur à 19 » ?  
Parmi les nombres 16 ; 17,5 ; 18 ; 20 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

**17,5 et 18 sont deux contre-exemples.**

- ils vérifient la condition « supérieur à 17 »
- ils ne vérifient pas la conclusion : « supérieur à 19 »

2. « quel que soit le nombre entier choisi, s'il est divisible par 3 alors il se termine par 3 ».  
Parmi les nombres 63 ; 27 ; 13 ; 93 quels sont les contre-exemples de cet énoncé.

**27 est un contre-exemple.**

- il vérifie la condition « est divisible par 3 »
- il ne vérifie pas la conclusion : « se termine par 3 »

### Exercice n°7 :

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

1. Quel que soit un nombre entier choisi, s'il se termine par 4 alors c'est un nombre pair.

**Vrai** car si un nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 alors il est pair.

Donc tout nombre se terminant par 4 est pair.

2. quel que soit un nombre choisi, s'il est supérieur à 126 alors il est supérieur à 128.

**Faux**, 127 est un contre-exemple.

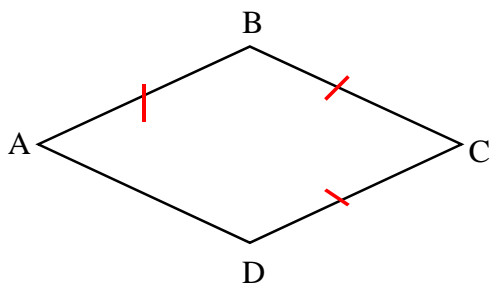
- il vérifie la condition « supérieur à 126 »
- il ne vérifie pas la conclusion : « est supérieur à 128 »

3. Si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O alors  $OA = OB$ .

**Vrai**, si [AB] est un diamètre d'un cercle de centre O alors O est le milieu de [AB].

Donc  $OA = OB$

### Exercice n°8 :



1.

Quels que soient les points A, B, C et D, si  $AB = BC = CD$  alors le quadrilatère ABCD est un losange. **Faux.**

**Si le quadrilatère ABCD est un losange alors  $AB = BC = CD$ .**

**Vrai**

2. Quels que soient les points A, B et M, si M est le milieu de [AB] alors  $AM = MB$ . **Vrai**

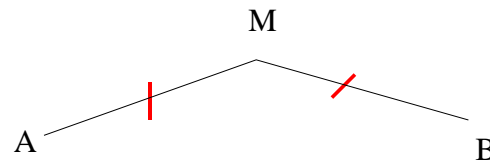
**Quels que soient les points A, B et M, si  $AM = MB$  alors M est le milieu de [AB]**

**Faux**

3. Quel que soient les points I, M et N, si M et N sont deux points d'un même cercle de centre I alors  $IM = IN$ . **Vrai**

**Quel que soient les points I, M et N, si  $IM = IN$  alors M et N sont deux points d'un même cercle de centre I.**

**Vrai**



### Exercice n°9 :

1. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son périmètre est doublé.

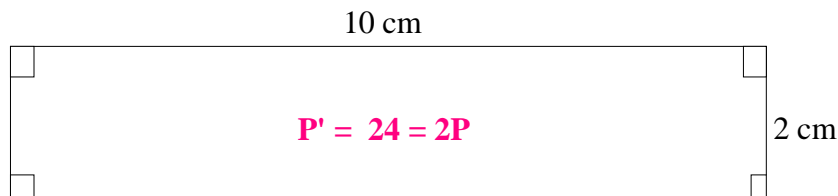
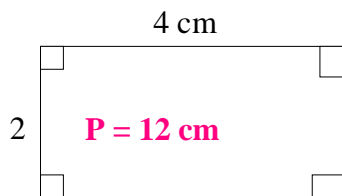
• **Vrai**, en effet si P est le périmètre du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a :

$$P = 2 \times (L + l)$$

Si on double la longueur et la largeur, on a :  $2 \times 2L + 2 \times 2l = 4L + 4l = 4 \times (L + l) = 2 \times 2 \times (L + l) = 2P$

• Quel que soit le rectangle, si son périmètre double alors ses dimensions sont doublées.

**Fausse.**



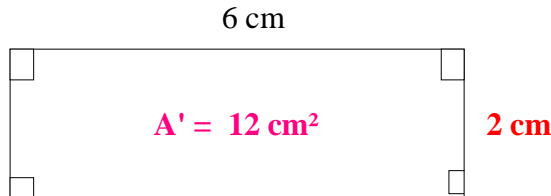
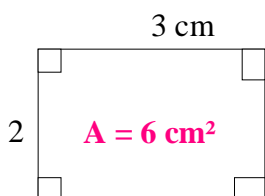
2. Quel que soit le rectangle, si on double ses dimensions alors son aire est doublée.

• **Faux**, en effet si A est l'aire du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a :  $A = L \times l$

Si on double la longueur et la largeur, on a :  $2L \times 2l = 2 \times 2 \times L \times l = 4 \times L \times l = 4A$

• Quel que soit le rectangle, si son aire double alors ses dimensions sont doublées.

**Fausse.**



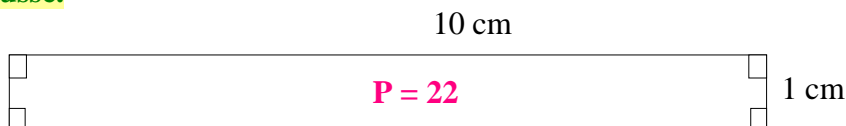
3. Si un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 5 cm alors son périmètre est de 22 cm..

• **Vrai**, en effet si P est le périmètre du rectangle, L sa longueur et l sa largeur, on a :

$$P = 2 \times (L + l) = 2 \times (6 + 5) = 2 \times 11 = 22$$

• Si un rectangle a un périmètre de 22 cm alors sa longueur mesure 6 cm et sa largeur mesure 5 cm

**Fausse.**



4. Si les points A,B et C sont alignés alors B appartient au segment [AC].

• **Fausse**



• Si B appartient au segment [AC] alors A, B et C sont alignés  
**Vraie.**

### Exercice n°10 :

La figure ci-contre comporte des renseignements certains ( *données* ), lesquels ?

(a) // (b) ; (b) ⊥ (h) ; (c) ⊥ (h)

1. Démontre que (h) et (a) sont perpendiculaires :

On sait que :

(a) // (b) et (h) ⊥ (b)

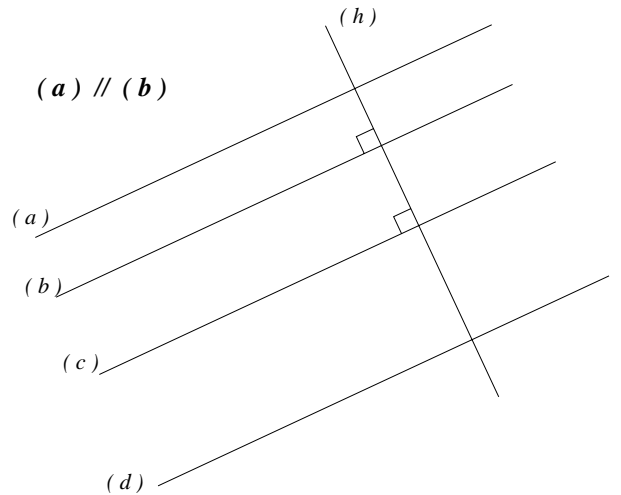
d'après la propriété **D3**, on a : (h) ⊥ (a)

2. Démontre que (b) et (c) sont parallèles :

On sait que : (b) ⊥ (h) et (c) ⊥ (h)

d'après la propriété **D2**, on a : (b) // (c)

3. Peut-on démontrer que (c) et (d) sont parallèles ? : **Non, on ne sait pas si (d) ⊥ (h)**



### Exercice n°11 :

*Données :*

- (AG) // (EH) - (GH) ⊥ (AG) - (BD) ⊥ (AC) -

- (CF) ⊥ (AC) - (AE) // (BD)

1. Code la figure.

2. Démontre que (GH) et (EH) sont perpendiculaires :

On sait que : (AG) // (EH) et (AG) ⊥ (GH)

d'après la propriété **D3**, ,

on a : (GH) ⊥ (EH)

3. Démontre que (BD) et (CF) sont parallèles :

On sait que : (BD) ⊥ (AC) et (CF) ⊥ (AC)

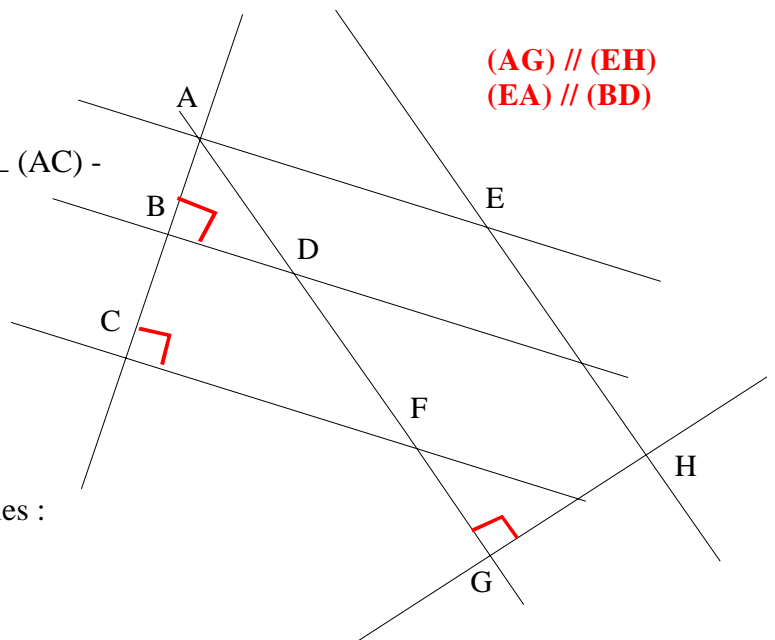
d'après la propriété **D2**, ,

on a : (BD) // (CF)

4. Démontre que (AE) et (CF) sont parallèles :

On sait que : (AE) // (BD) et (BD) // (CF) ( d'après la question 3.)

d'après la propriété **D1**, , on a : (AE) // (CF)



### Exercice n°12 :

1. Je sais que ABCD est un rectangle.

Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales sont de même longueur.

Donc :  $AC = BD$

2. Je sais que (MN) est la médiatrice de [AB].

Si une droite est médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.

Donc : (MN) perpendiculaire à [AB].

3. Je sais que ce nombre se termine par deux .

Si un nombre se termine par 0, 2, 4, 6, 8 alors il est pair

Donc le nombre est pair.

### Exercice n°13 :

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que (d) est parallèle à (d') et que (d) est parallèle à (d'').

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles

Donc (d) est parallèle à (d'').

2. Je sais que (AB) est parallèle à (CD) et (EF) est perpendiculaire à (AB).

Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Donc (EF) perpendiculaire à (CD).

3. Je sais que (AB) est perpendiculaire à (XY) et (AB) est perpendiculaire à (TN).

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (XY) parallèle à (TN)

### Exercice n°14 :

Complète les raisonnements suivants :

1. Je sais que XYZT est un losange.

Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés sont de même longueur.

Donc :  $XY = YZ = ZT = TX$ .

2. Je sais que ADE est un triangle équilatéral.

Si un triangle est équilatéral alors ses trois côtés sont de même longueur.

Donc  $AD = DE = AE$ .

3. Je sais que  $(AB) \perp (ZT)$  et  $(XY) \perp (ZT)$

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) et (XY) sont parallèles.

4. Je sais que  $(TV) \parallel (UI)$  et  $(ZK) \parallel (UI)$ .

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (TV) est parallèle à (ZK).