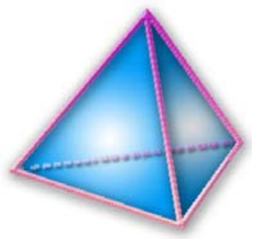


Thème N°17: AIRES(3)-ESPACE(4)-VOLUME

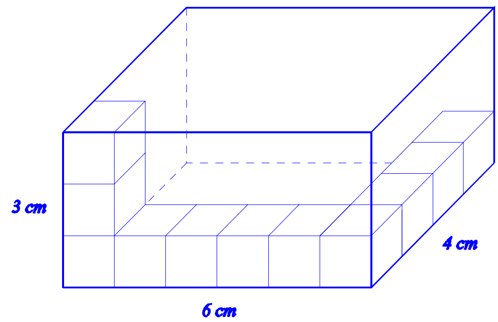
* *

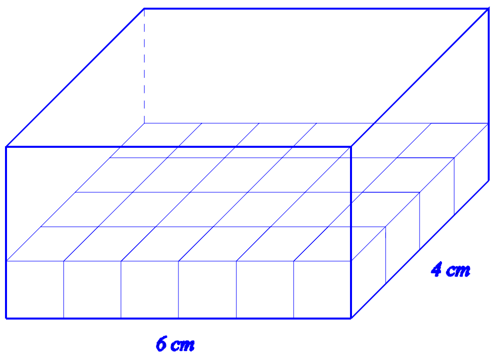
Pour prendre un bon départ

1. Dans le parallélépipède rectangle représenté ci-contre, combien de cubes de 1 cm d'arête peut-on placer:
dans la hauteur ? : **3 cubes**

dans la largeur ? : **4 cubes**

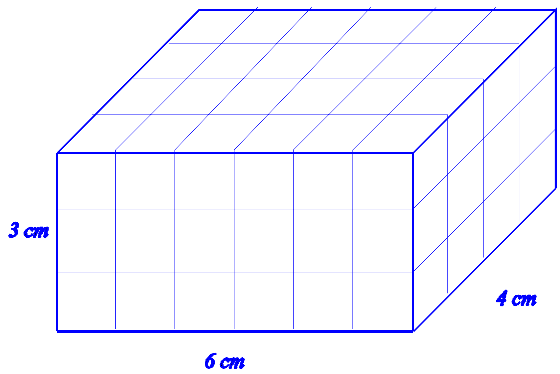
dans le longueur ? : **6 cubes**.





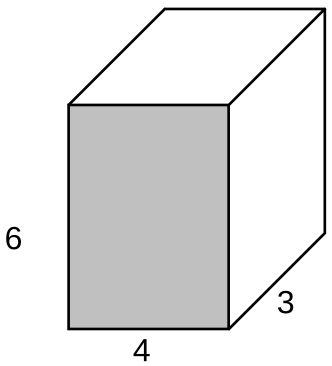
2. Dans le parallélépipède rectangle représenté ci-contre, combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour recouvrir la base ?

Réponse : **6 × 4 = 24**.



3. Combien faut-il de cubes de 1 cm d'arête pour remplir exactement le parallélépipède rectangle ci-contre ?

Réponse : **24 × 3 = 72**.



4. Si on pose le pavé comme sur la figure ci-contre, le volume aura-t-il changé ?

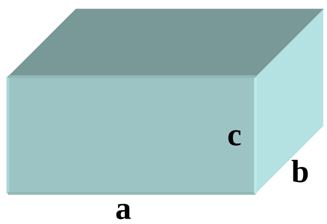
Non.

5.Calcule en cm^3 le volume d'un pavé dont les arêtes ont pour longueur: 10 cm; 7 cm; 5 cm.

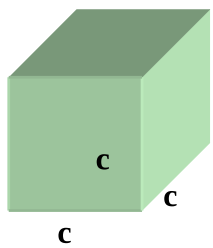
Volume = 10 × 7 × 5 = 350. Le volume est de 350 cm^3

BILAN : **(A savoir)**

Le volume d'un parallélépipède rectangle est égal au produit de l'aire d'une base et de la hauteur relative à cette base, c'est-à-dire aux produit de ses trois dimensions.

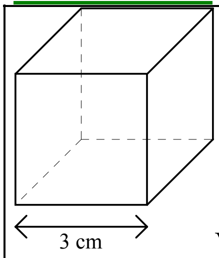


$V = a \times b \times c$



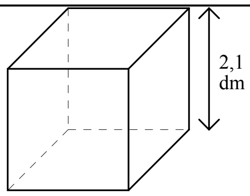
$V = c \times c \times c = c^3$

Exercice n° 1 : Calcule les volumes des solides suivants:



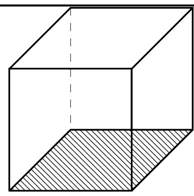
Volume du cube:

V= $3 \times 3 \times 3 = 27$ (cm ^{3})



Volume du cube:

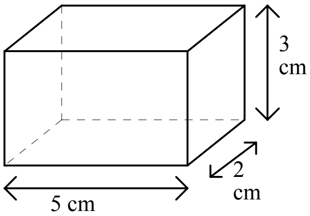
V= $2{,}1 \times 2{,}1 \times 2{,}1 = 9{,}261$ (dm ^{3})



aire de base: 25 cm²

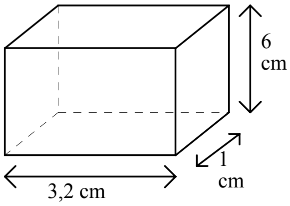
Volume du cube:

V= $25 \times 5 = 125$ (cm ^{3})



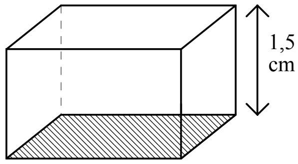
Volume du pavé:

V= $5 \times 2 \times 3 = 10$ (cm ^{3})



Volume du pavé:

V= $3{,}2 \times 1 \times 6 = 19{,}2$ (cm ^{3})



aire de base: 12 cm²

Volume du pavé:

V= $12 \times 1{,}5 = 18$ (cm ^{3})

Exercice n°2 : Complète les deux tableaux ci-dessous:

longueur en cm	largeur en cm	hauteur en cm	aire de base en cm²	volume en cm^3
22	14	5	**308**	**1 540**
18	**5**	6	90	**540**
15	**11**	8	**165**	1 320
20	**13**	**8**	260	2 080
14	12	**15**	**168**	2 520

arête en cm	aire de base en cm²	aire totale en cm²	volume en cm^3
15	**25**	**1 350**	**3 375**
11	121	**726**	**1 331**
7	**49**	294	**343**
3	**9**	**54**	27

UNITES DE VOLUME

A - UNITES USUELLES

1. Unités de volume

L'unité internationale de volume est le **mètre cube (m ^{3})** .

1 m ^{3} = 1 000 dm ^{3}

(dans un cube de 1 m d'arête, on peut ranger 1 000 cubes de 1 dm d'arête)

1 dm ^{3} = **1 000** cm ^{3} ; 1 m ^{3} = **1 000 000** cm ^{3}

2. Unités de capacités

L'unité usuelle de capacité est le **litre (L)**

1 L = 10 dL ; 1 L = **100** cL ; 1 dL = **10** cL

3. Correspondance des unités (tableau de conversions)

m ^{3}			dm ^{3}			cm ^{3}			mm ^{3}		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			
		1	0	0	0						
					1	0	0				

1 dm ^{3} = 1 L

1 cm ^{3} = **1** mL ; 1 m ^{3} = **1 000** L ; 1 L = **100** cL ; 1 cm ^{3} = **0,1** cL

Exercice n°3 : **1.** Complète :

$1\ m^3 = \mathbf{1\ 000}\ dm^3 = \mathbf{1\ 000\ 000}\ cm^3 = \mathbf{1\ 000\ 000\ 000}\ mm^3$.

$0{,}087\ m^3 = \mathbf{87}\ dm^3 = \mathbf{87\ 000}\ cm^3 = \mathbf{87\ 000\ 000}\ mm^3$.

$345\ 000\ mm^3 = \mathbf{345}\ cm^3 = \mathbf{0{,}345}\ dm^3 = \mathbf{0{,}000\ 345}\ m^3$.

2. Exprimer en m^3 :

$3\ 500\ dm^3 = \mathbf{3{,}5\ m^3}$; $75\ 000\ cm^3 = \mathbf{0{,}075\ m^3}$; $0{,}05\ dm^3 = \mathbf{0{,}000\ 05\ m^3}$

$2\ 450\ mm^3 = \mathbf{0{,}000\ 002\ 45\ m^3}$; $8\ 510\ dm^3 = \mathbf{8{,}51\ m^3}$; $470\ dm^3 = \mathbf{0{,}47\ m^3}$

$98{,}5\ dm^3 = \mathbf{0{,}0985\ m^3}$; $7{,}2\ dm^3 = \mathbf{0{,}007\ 2\ m^3}$; $52\ 000\ cm^3 = \mathbf{0{,}052\ m^3}$

$6\ 900\ cm^3 = \mathbf{0{,}0069\ m^3}$; $527\ cm^3 = \mathbf{0{,}000\ 527\ m^3}$; $648\ 000\ 000\ mm^3 = \mathbf{0{,}648\ m^3}$

3. Convertir en dm^3 :

$0{,}375\ m^3 = \mathbf{375\ dm^3}$; $38\ m^3 = \mathbf{38\ 000\ dm^3}$; $0{,}000\ 4\ m^3 = \mathbf{0{,}4\ dm^3}$

$2\ 915\ cm^3 = \mathbf{2{,}915\ dm^3}$; $740\ cm^3 = \mathbf{0{,}74\ dm^3}$; $8{,}5\ cm^3 = \mathbf{0{,}008\ 5\ dm^3}$

$34\ 000\ mm^3 = \mathbf{0{,}034\ dm^3}$; $7{,}5\ mm^3 = \mathbf{0{,}000\ 007\ 5\ dm^3}$; $28\ mm^3 = \mathbf{0{,}000\ 028\ dm^3}$

4. Convertir en cm^3 :

$0{,}37\ dm^3 = \mathbf{370\ cm^3}$; $0{,}005\ m^3 = \mathbf{5\ 000\ cm^3}$; $47\ mm^3 = \mathbf{0{,}047\ cm^3}$

5. Dans chacun des cas suivants, indique l'unité manquante :

$1{,}5\ m^3 = 1\ 500\ \mathbf{dm^3}$; $235\ cm^3 = 0{,}235\ \mathbf{dm^3}$; $12\ cm^3 = 12\ 000\ \mathbf{mm^3}$; $1\ 200\ mm^3 = 1{,}2\ \mathbf{cm^3}$

6. Convertis en litres (L)

150 cL = **1,5 L**	; 15 cL = **0,15 L**	; 200 mL= **0,2 L**
12 dL = **1,2 L**	; 0,75 dL = **0,075 L**	; 1700 mL = **1,7 L**
28,3 daL = **283 L**	; 53,4 hL = **5 340 L**	; 2 542 dL = **254,2 L**
2 542 dL = **254,2 L**	; 29,7 cL = **0,297 L**	; 543,4 mL = **0,5434 L**

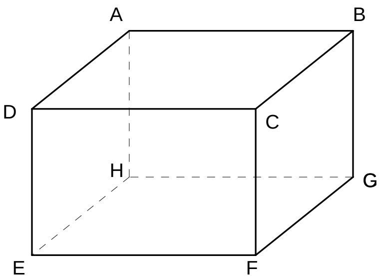
7. Convertis en L

$37{,}8\ dm^3 =$ **37,8 L**	; $243\ cm^3 =$ **0,243 L**	; $0{,}32\ m^3 =$ **320 L**
$8{,}6\ m^3 =$ **8 600 L**	; $8\ 742\ mm^3 =$ **0,008 742 L**	; $2\ 542\ cm^3 =$ **2,542 L**

8. Convertis en m^3

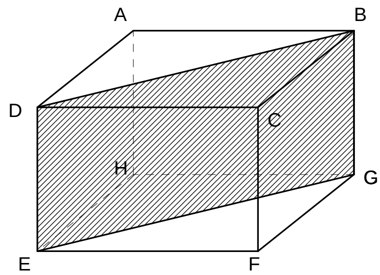
842 hL = $\mathbf{84{,}2\ m^3}$	; 4,7 daL = $\mathbf{0{,}047\ m^3}$	; 948 L = $\mathbf{0{,}948\ m^3}$
243 daL = $\mathbf{2{,}43\ m^3}$	; 2 748 L = $\mathbf{2{,}748\ m^3}$	; 9 ,25 hL = $\mathbf{0{,}925\ m^3}$

ACTIVITE 1:



a) Calcule le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH sachant que AB = 5; BC = 4 et AH = 3.

Volume = AB × BC × AH = 5 × 4 × 3 = 60 (cm^3)



b) On coupe ce parallélépipède en deux prismes droits comme sur la figure ci-dessous. Quel est le volume du prisme DBCEGF ?

Volume du prisme = 60 : 2 = 30 (cm^3)

c) Quelle est la nature du triangle EGF ? calcule son aire b. Calcule b × ED; que remarques-tu ?

Le triangle EGF est rectangle en F. Son aire *b* est $b = \dfrac{4 \times 5}{2} = 10\ (cm^3)$.

On a $b \times ED = 10 \times 3 = 30\ (cm^3)$. **On retrouve le résultat de la question b)**

Exercice n°4 : Soit V le volume de la tente, on a : $V = \frac{15 \times 2}{2} \times 4,5 = 1,5 \times 4,5 = 6,75.$

Conclusion : **Le volume de la tente est de 6,75 m ^{3}**

Exercice n°5 : Soit V le volume du prisme, on a : $V = 15 \times 5 = 75$
Conclusion : **Le volume de prisme est 75 cm ^{3}**

Exercice n°6 : ***a)*** Calcul de la hauteur AH' du triangle isocèle ABE.
On a : AH' = 12,5 – 5,2 = 7,3. **La hauteur mesure 7,3 m**
b) Calcul de l'aire du polygone ABCDE.

Soit A l'aire du polygone ABCDE, on a : $A = \frac{9 \times 7,3}{2} + 5,2 \times 9 = 79,65$. D'où **Aire = 79,65 m²**

c) Soit V le volume du hanger, on a : V = A × AH' = 79,65 × 16 = 1 274,4
Conclusion : **Le volume du hangar est 1 274,4 m ^{3}**

Exercice n°7: Volume du prisme dont la base est un triangle = $\frac{4 \times 5}{2} \times 7 =$ **70.**

Volume du prisme dont la base est un polygone = $\left(\frac{3 \times 6}{2} + 2 \times 6\right) \times 7 = 21 \times 7 =$ **147**

Exercice n°8 : Soit V le volume du prisme, on a : $V = \frac{3 \times 3}{2} \times 7 = 31,5$?

Conclusion : **Le volume du prisme est 31,5 m ^{3}**

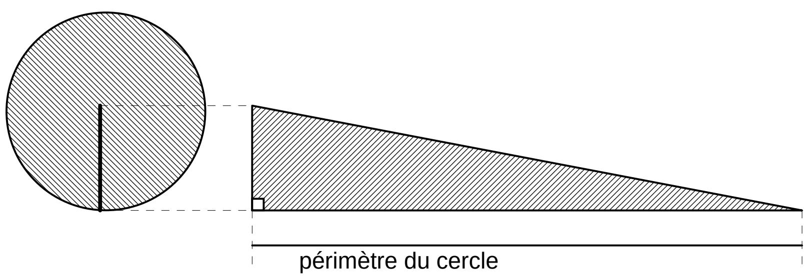
Exercice n°9 :

1. Par quelles lettres désigne-t-on les bases de ce prisme : ABCD et EFGH
2. Quelle est la nature géométrique des bases de ce prisme : **trapèzes rectangles**
3. Quelles sont les dimensions d'une base
4. Quelle est l'aire de la base : $\frac{(4+2) \times 20}{2} =$ **60 m²**
5. Quelle est l'aire de ce prisme
6. Par quelles lettres désigne-t-on les 4 faces latérales de ce prisme
7. Quelle est la hauteur de ce prisme : **[HD]**
8. En déduire le volume de ce prisme : **V = 60 × 8 = 480 m ^{3}**
9. On remplit le volume de ce prisme au quatre cinquième d'eau

Calcule en litres le volume d'eau : $\frac{4}{5} \times 480 =$ **384 m ^{3} = 384 000 litres**

Exercice n°10 : a) • Soit A l'aire de la base, on a : $A = 8 \times \frac{2,3 \times 2,8}{2} = 25,76$.

Conclusion : **L'aire de la base est 25,76 cm².**
• Soit V le volume du flacon, on a : V = 25,76 × (12 – 0,2) = 303,968
Conclusion : **le volume du flacon est 303,968 cm ^{3}**
b) Soit A' l'aire d'une étiquette, on a : A' = 3,5 × 2,5 × 8 = 70
Conclusion : **L'aire d'une étiquette est 70 cm²**



ACTIVITE 2 :

Aire du triangle = $\frac{2 \times \pi \times R \times R}{2} = \pi \times R \times R$

L'aire d'un disque = πR^2

Exercice n°11 : **a)** Aire = $\pi \times 4{,}8^2 \approx$ **72,4 cm²**
b) Aire = $\pi \times (12{,}6 : 2)^2 \approx$ **124,7 cm²**

Exercice n°12 : Soit A l'aire de la bonde, on a : A = $\pi \times 1{,}6^2 - (6 \times \pi \times 0{,}4^2) \approx 5{,}03$
Conclusion : **L'aire de la bonde est environ 5,03 cm²**

Exercice n°13 : Soit A l'aire de la table, on a : A = $\pi \times 40^2 + 80 \times 80 \approx 11\,427$
Conclusion : **L'aire de la table est environ 11 427 cm²**

Exercice n°13 :

$P_1 = 2 \times \pi \times 1 \approx 6{,}28$ $\qquad A_1 = \pi \times 1^2 \approx 3{,}14$

a) $P_2 = 2 \times \pi \times 2 \approx 12{,}57$ $\qquad A_2 = \pi \times 2^2 \approx 12{,}57$

$P_3 = 2 \times \pi \times 4 \approx 25{,}13$ $\qquad A_3 = \pi \times 4^2 \approx 50{,}13$

b) Recopie et complète :
• Si on double le rayon d'un disque, alors son aire **est multipliée par 4**
• Si on double le rayon d'un disque, alors son périmètre **est multipliée par 2**

Exercice n°14 : **a)** Soit A l'aire de la couronne coloriée, on a : A = $\pi \times 10^2 - \pi \times 6^2 \approx 201$
Conclusion : **L'aire de la couronne est 201 cm²**
b) Soit A' l'aire du disque de diamètre 16 cm, on a : A' = $\pi \times (16 : 2)^2 \approx 201$
L'aire d'un disque diamètre 16 cm est la même que la couronne ci-dessus..

Exercice n°15 :
- le périmètre d'une base : **$2 \pi R$**
- l'aire d'une base : **πr^2**
- la longueur de l'aire latérale : **$2 \pi R$**
- l'aire latérale : **$2 \pi r h$**
- la surface totale du cylindre : **$2 \pi R^2 + 2 \pi R h$**

Exercice n°16 : Soit V le volume du cylindre, on a : V = $\pi \times 55^2 \times 250 \approx 2\,375\,829$
Conclusion : Le volume est environ 2 375 829 cm ^{3}.

Exercice n°18 : **a)** Soit V le volume de la boîte de chocolat, on a : V = $\pi \times (9 : 2)^2 \times 15 \approx 953$
Conclusion : Le volume est environ 953 cm ^{3}.
b) Calcule le volume de poudre gratuit offert en promotion.
Soit V' le volume de poudre, on a : V = $953 \times \dfrac{30}{100} \approx 286$
Conclusion : Le volume est environ 286 cm ^{3}.

Exercice n°19 : Soit V le volume des deux cylindres, on a :
V = $\pi \times 3^2 \times 12 + \pi \times 1{,}5^2 \times 25 \approx 516$
Conclusion : Le volume est environ 516 cm ^{3}.

Exercice n°20 : **1°)** Calcul du rayon : On a $29{,}7 = 2\pi R$ soit $R = 29{,}7 : 2\pi \approx 4{,}727$ (cm)
Soit V_1 le volume du cylindre C_1 , on a : $V_2 = \pi \times 4{,}727^2 \times 21 \approx 1\,474{,}146$
Conclusion : Le volume est V_1 environ 1 474,145 cm^3.

2°) Soit V_2 le volume du cylindre C_2 , on a : $V_2 = \pi \times (29{,}7 : 2\pi)^2 \times 29{,}7 \approx 1\,042{,}282$
Conclusion : Le volume est environ V_2 1 042,282 cm^3.

3°) Non

Exercice n°21 : Soit V le volume de la pièce montée, on a :

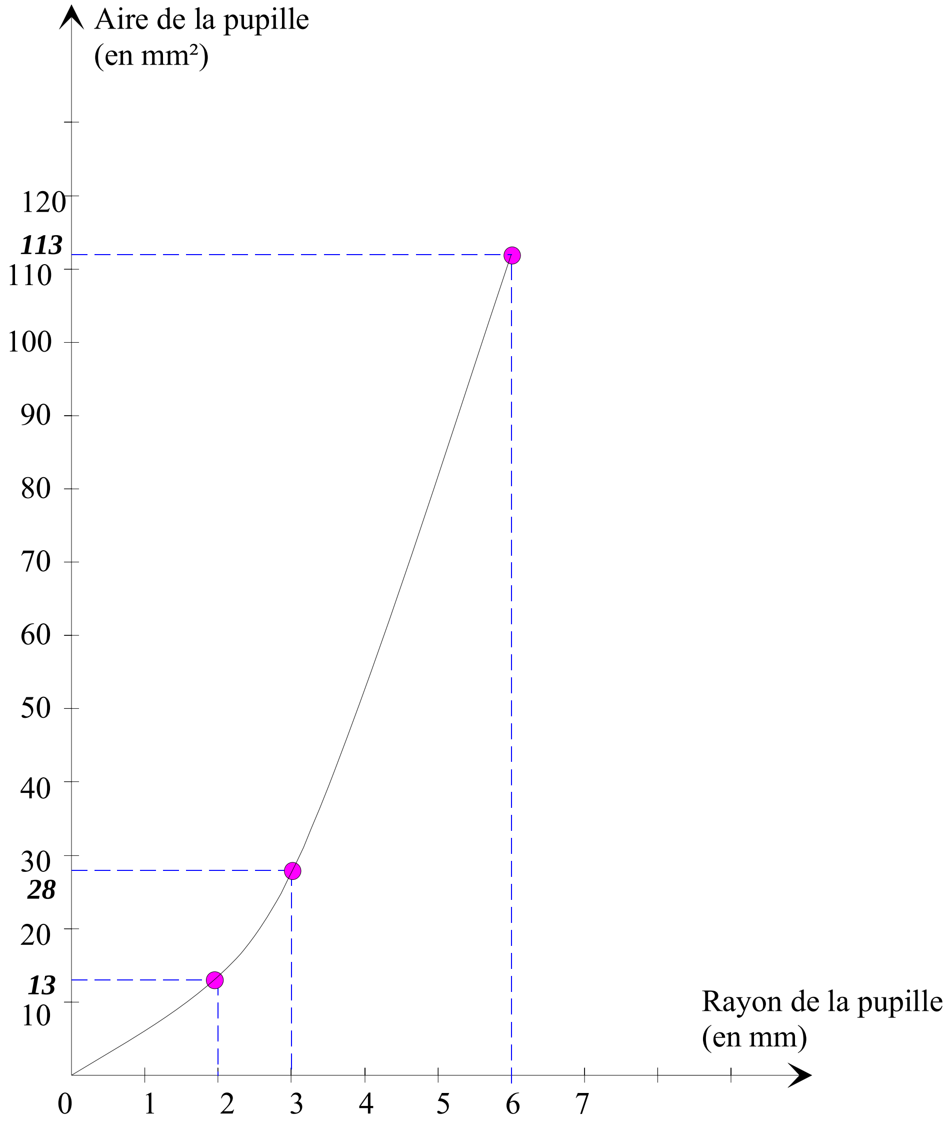
$V = \pi \times 20^2 \times 6 + \pi \times 15^2 \times 6 + \pi \times 10^2 \times 6 \approx 13\,665{,}928$

Conclusion : Le volume est environ 13 665,928 cm^3.

Exercice n°22 : On a : 40 mm = 0,04 m et 32 mm = 0,032 m
Soit V le volume d'acier nécessaire à la réalisation du tube, on a :
$V = \pi \times (0{,}04 : 2)^2 \times 1{,}20 - \pi \times (0{,}032 : 2)^2 \times 1{,}20 \approx 0{,}000\,542\,8$
Conclusion : Le volume est environ 542,8 m^3.

Exercice n°22 : **1°)**

Rayon de la pupille (en mm)	2 mm	3 mm	6 mm
Aire de la pupille (en mm ²)	**13**	**28**	**113**



3°) **Les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère**, donc les aires ne sont pas proportionnelles aux rayons

Exercice n°23 :

1°) Soit L la longueur du papier entourant le petit suisse, On a : $L = 2 \times \pi \times 2 + 0{,}5 \approx 13{,}1$

La longueur est environ 13,1 cm

2°) Soit A l'aire du papier, on a : $A = L \times 4{,}5 \approx 13{,}1 \times 4{,}5 \approx 59$

La surface de papier est environ 59 cm²

Exercice n°24 :

1°) Soit D la distance entre le lac et l'usine, on a : $D = 10 \times 50 = 500$ La distance est de 500 m

2°) Soit A l'aire de la surface intérieure de la conduite, on a : $A = 500 \times 2\pi \times 1{,}5 \approx 4\,712$

L'aire est d'environ 1 712 m²

Exercice n°25 : Soit A l'aire de la surface à peindre, on a : $A = 3 \times \left(\frac{3}{4} \times 2 \times \pi \times 0{,}01 \times 2\right) + 2 \times 2 \times 0{,}01 \approx 0{,}32$

L'aire est d'environ 0,32 m²

Exercice n°26 : Soit V le volume d'un cylindre, on a : $V = \pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 7 \approx 87{,}92$

Le volume mesure environ 87,92 cm^3 .

Exercice n°27 : Soit V le volume de la casserole , on a : $V = 1\,500 = \pi \times 7^2 \times h$ (avec h la hauteur de lait)

On a donc : $h = \dfrac{1500}{\pi \times 7^2} \approx 9{,}7$

La hauteur de lait dans la casserole est donc 9,7 cm environ.

Exercice n° 23 : Soit V le volume de d'eau, on a : $V = \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 0{,}75 \approx 3{,}53$

Le volume d'eau est d'environ $3{,}53\ m^3$.
10 L = 10 dm^3 , et $3{,}53\ m^3 = 3\ 530\ dm^3$.
D'où $\frac{3530}{10} \approx 353$. Il faudra donc environ 353 min ou 5h53min pour remplir au deux tiers.

Exercice n° 28 :

Soit R le rayon de l'un de ses disques de base, on a : $2 \times \pi \times R = 47{,}1$ d'où $R = \frac{47{,}1}{2\pi} \approx 7{,}5$

Le rayon mesure environ 7,5 cm
Soit V le volume de ce cylindre, on a : $V \approx \pi \times 7{,}5^2 \times 11 \approx 1\ 943$
Le volume est d'environ cm ^{3}.

Exercice n° 29 :
Soit V le volume du cylindre de révolution, on a : $V = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^2$