

Thème N°14:

PROPORTIONNALITE (2) : ECHELLE – POURCENTAGE – MOUVEMENT UNIFORME – DUREE 5-ème

Exercices : Calculer une échelle

Exercice n°1 :

0 10 km



1 cm sur ce plan représente **10** km dans la réalité, ou (avec la même unité) 1 cm sur ce plan représente **1 000 000** cm dans la réalité.

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{longueur réelle}} = \frac{1}{1\,000\,000}$$

Un plan dont l'échelle est $\frac{1}{1\,000\,000}$ a toutes ses mesures **1 000 000** fois plus petites que dans la réalité.

Exercice n°2 :

0 25 km



1 cm sur ce plan représente **25** km dans la réalité,
ou (avec la même unité) 1 cm sur ce plan représente **2 500 000** cm dans la réalité.

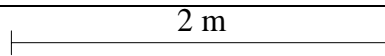
$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur mesurée sur le plan}}{\text{longueur réelle}} = \frac{1}{2\,500\,000}$$

Un plan dont l'échelle est $\frac{1}{2\,500\,000}$ a toutes ses mesures **2 500 000** fois plus petites que dans la réalité.

Exercice n°3 :

Enoncé :

Sur un plan , on a relevé l'indication suivante :
Quelle est l'échelle de ce plan ?



Solution **5** cm sur le **plan** représentent **200** cm en réalité.

Les longueurs **dans la réalité** sont **proportionnelles** aux longueurs sur **le plan**

| | | |
|-----------------------------|------------|---|
| Longueurs sur le plan en cm | 5 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 200 | x |

C'est un **tableau** de **proportionnalité**, donc **les produits en croix** sont égaux :

$$\mathbf{5} \times x = \mathbf{1} \times \mathbf{200}.$$

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 200}{5} = \mathbf{40}$$

L'échelle du plan est donc $\frac{1}{40}$.

Exercice n°4 : Sur un plan, on a relevé l'indication suivante :



5 cm sur le plan représente 10 km dans la réalité, quel est l'échelle de ce plan ?

Solution

| | | |
|-----------------------------|------------------|-----|
| Longueurs sur le plan en cm | 5 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 1 000 000 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 1\,000\,000}{5} = \mathbf{200\,000}$$

L'échelle du plan est donc $\frac{1}{200\,000}$.

Exercice n°5 :

Sur un plan, un couloir de 10 m de long est représenté par une longueur de 20 cm.

- Exprimer ces deux dimensions en cm.
- Déterminer l'échelle de ce plan.

Solution

a) 10 m = **1 000 cm**

b)

| | | |
|-----------------------------|--------------|-----|
| Longueurs sur le plan en cm | 20 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 1 000 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 1\,000}{20} = \mathbf{50}$$

L'échelle du plan est donc $\frac{1}{50}$.

Exercice n°6 :

On a fait un agrandissement d'un carré de 4 cm de côté en un carré de 6 cm.

Quelle est l'échelle utilisée ?

Solution

| | | |
|-----------------------------|----------|-----|
| Longueurs sur le plan en cm | 6 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 4 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

L'échelle du plan est donc $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$.

Exercice n°7 :

Jérémy a reçu en cadeau une maquette de bateau. Une fois terminée, elle mesure 21 cm de long. En réalité, la longueur du bateau mesure 52,5 m. Calcule l'échelle de la maquette.

Solution

| | | |
|---------------------------------|--------------|-----|
| Longueurs sur la maquette en cm | 21 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 5 250 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{5250 \times 1}{21} = 250$$

L'échelle de la maquette est $\frac{1}{250}$.

Exercice n°8 :

Mickeyville et Donaldville sont distantes de 28 cm sur une carte. À la sortie de Mickeyville, il y a le panneau suivant : « Donaldville : 84 km ».

Calcule l'échelle de la carte

Solution

| | | |
|-----------------------------|------------------|-----|
| Longueurs sur le plan en cm | 25 | 1 |
| Longueurs en réalité en cm | 8 400 000 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 8\,400\,000}{25} = 300\,000$$

L'échelle de la carte est donc $\frac{1}{300\,000}$.

Exercices : Appliquer une échelle

Exercice n°9 :

Énoncé : Sur le plan cadastral (plan officiel des Impôts), qui est à l'échelle $\frac{1}{300}$, un chemin a pour longueur 15,4 cm. Combien mesure-t-il en réalité ?

Réponse : Les longueurs **dans la réalité** sont **proportionnelles** aux **longueurs** sur le **plan**

| | | |
|-----------------------------|------------|-------------|
| Longueurs sur le plan en cm | 1 | 15,4 |
| Longueurs en réalité en cm | 300 | x |

Les **produits en croix** sont égaux : $1 \times x = 300 \times 15,4$

$$\text{D'où } x = \frac{300 \times 15,4}{1} = 4\,620$$

Donc en réalité, le chemin mesure **4 620 cm**, c'est-à-dire **46,2 m**.

Exercice n°10 : Sur une carte au $\frac{1}{100000}$ la distance entre 2 villes mesure 9 cm.

Quelle est en km la distance réelle entre ces 2 villes ?

Solution

| | | |
|-----------------------------|----------------|----------|
| Longueurs sur le plan en cm | 1 | 9 |
| Longueurs en réalité en cm | 100 000 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{9 \times 100\,000}{1} = \mathbf{900\,000}$$

On a : 900 000 cm = 9 km

La distance entre les deux villes est de 9 km.

Exercice n°11 : On dispose d'une carte routière au $\frac{1}{1000000}$. Sachant que la distance réelle entre Bourg en Bresse et Lyon est de 62 km, quelle est en cm la distance sur la carte entre ces deux villes ?

Solution

On a : 62 km = 6 200 000 cm

| | | |
|-----------------------------|-----------------|------------------|
| Longueurs sur le plan en cm | 1 | x |
| Longueurs en réalité en cm | 1000 000 | 6 200 000 |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 6\,200\,000}{1\,000\,000} = \mathbf{6,2}$$

La distance entre les deux villes sur le plan est de 6,2 cm.

Exercice n°12 : La fusée Ariane 5 mesure 57 m de haut.

a) Quelle est la hauteur de sa maquette à l'échelle $\frac{1}{200}$?

b) Le diamètre de la maquette est de 5,7 cm. Quel est le diamètre réel de la fusée ?

Solution

a) On a : 57 m = 5 700 cm

| | | |
|---------------------------------|------------|--------------|
| Longueurs sur la maquette en cm | 1 | x |
| Longueurs en réalité en cm | 200 | 5 700 |

$$\text{D'où } x = \frac{1 \times 5\,700}{200} = \mathbf{28,5}$$

La hauteur de la maquette s'élève à 28,5 cm.

b)

| | | |
|---------------------------------|------------|------------|
| Longueurs sur la maquette en cm | 1 | 5,7 |
| Longueurs en réalité en cm | 200 | x |

$$\text{D'où } x = \frac{200 \times 5,7}{1} = 1\,140$$

On a : 1 140 cm = 11,4 m

Le diamètre réel de la fusée est 11,4 m.

Exercice n°13 : Un terrain de football représenté à l'échelle $\frac{1}{500}$ est un rectangle de 23,1 cm de longueur sur 13,6 cm de largeur.

Quelles sont les dimensions réelles de ce terrain de football ?

Solution

| | | | |
|-----------------------------|------------|-------------|-------------|
| Longueurs sur le plan en cm | 1 | 23,1 | 13,6 |
| Longueurs en réalité en cm | 500 | x | y |

$$D'où x = \frac{500 \times 23,1}{1} = 11\,550 \text{ (cm)} \quad \text{et} \quad y = \frac{500 \times 13,6}{1} = 6\,800$$

On a : 900 000 cm = 9 km

La longueur du terrain est 115 m et la largeur est 68 m.

ACTIVITE 2 :

1°) Pour calculer le pourcentage d'un nombre, on multiplie le nombre par le pourcentage.

Enoncé : Dans un collège, le nombre d'élèves a augmenté de 8 %. Il y avait 475 élèves.

Combien y-a-t-il d'élèves cette année ?

Réponse : • $\frac{8}{100} \times 475 = \frac{8 \times 475}{100} = \frac{3800}{100} = 38$ **Le nombre d'élèves a augmenté de 38**

• **$38 + 475 = 513$** Cette année, il y a **513 élèves dans le collège.**

2°) On veut calculer le pourcentage d'or d'un alliage pesant 150 g et contenant 60 g d'or.

| | | |
|----------------------|-----|-----|
| Masse d'alliage en g | 150 | 100 |
| Masse d'or en g | 60 | x |

$$x = \frac{60}{150} \times 100 = \frac{60 \times 100}{150} = \frac{6000}{150} = 40$$

Conclusion: **L'alliage contient 40 % d'or.**

Exercice n°14 : Enoncé : Sur son cahier de 120 pages, Rachid a utilisé 90 pages. Quel est le pourcentage de pages utilisées ?

Réponse :

| | | |
|-----------------|------------|------------|
| Pages utilisées | 90 | x |
| Total de pages | 120 | 100 |

C'est un **tableau de proportionnalité**, donc les **produit en croix** sont égaux :

$$x \times 120 = 90 \times 100 \quad D'où x = \frac{90 \times 100}{120} = 75$$

Dans le cahier de Rachid, 75 % des pages sont utilisées.

Exercice n°15 : En 1995, pour 779 000 élèves qui ont passé le brevet des collèges, 576 000 ont été reçus. Quel est le pourcentage de réussite ? (Donne le résultat à 0,1 % près.)

Réponse :

| | | |
|-----------------------------|---------|-----|
| Nombre d'élèves de collèges | 779 000 | 100 |
| Nombre de reçus | 576 000 | x |

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 779\,000 = 576\,000 \times 100 \quad D'où x = \frac{576000 \times 100}{779000} \approx 73,94$$

Dans le collège, 73,9 % environ des élèves ont été reçus.

Exercice n°16 :

En 1995, il y avait 650 élèves dans un collège. En 1996, ce nombre a augmenté de 2 %. Combien y avait-il d'élèves dans ce collège en 1996 ?

Réponse : • $\frac{2}{100} \times 650 = \frac{2 \times 650}{100} = \frac{1300}{100} = 13$ Le nombre d'élèves a augmenté de 13

• $13 + 650 = 663$ **En 1996, il y avait 663 élèves dans ce collège.**

Exercice n°17 :

Un produit coûte 70 € hors taxes. La T.V.A. est de 19,6 %.

- Calcule le montant de la T.V.A.
- Calcule le prix toutes taxes (prix TTC) du produit.

Réponse : • $\frac{19,6}{100} \times 70 = \frac{19,6 \times 70}{100} = \frac{1372}{100} = 13,72$ **Le montant de la T.V.A. s'élève à 13,72 €**

• $70 + 13,72 = 83,72$. **Le prix toutes taxes du produit s'élève à 83,72 €**

Exercice n°18 :

Sur les 400 km d'un trajet, il y a 130 km de voie rapide.

Quel est le pourcentage de voie rapide sur ce trajet ?

Réponse :

| | | |
|---------------------------------|-----|-----|
| Distance du trajet (en km) | 400 | 100 |
| Distance de voie rapide (en km) | 130 | x |

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 400 = 130 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{130 \times 100}{400} = 32,5$$

Sur le trajet, il y a 32,5 % de voie rapide.

Exercice n°19 : L'étiquette d'une boîte de petits pois comporte les indications suivantes :

| |
|--|
| Poids net total : 400 g Poids net égoutté : 280 g |
|--|

Quel est le pourcentage d'eau contenu dans la boîte ?

Réponse :

On a : $400 - 280 = 120$. Il y a 120 grammes d'eau dans la boîte.

| | | |
|--------------------------|-----|-----|
| Poids net total (en g) | 400 | 100 |
| Poids d'eau (en g) | 120 | x |

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 400 = 120 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{120 \times 100}{400} = 30$$

Dans la boîte de petits pois, il y a 30 % d'eau.

Exercice n°20 :

Voici la répartition des 178 486 élèves des collèges et lycées d'une académie :

| | |
|-----------------------|---------|
| Collèges | 102 885 |
| Lycées professionnels | 25 222 |
| Lycées | 50 379 |

Quels pourcentages (avec 2 décimales) représentent les élèves :

- a) des collèges ?
- b) des lycées professionnels ?
- c) des lycées ?

Réponse :

a)

| | | |
|--|---------|-----|
| Nombre d'élèves de collèges et lycées d'une académie | 178 486 | 100 |
| Nombre de collégiens | 102 885 | x |

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 178\,486 = 102\,885 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{102885 \times 100}{178486} \approx 57,64$$

Dans l'académie, il y a 57,64 % de collégiens.

b)

| | | |
|--|---------|-----|
| Nombre d'élèves de collèges et lycées d'une académie | 178 486 | 100 |
| Nombre de lycées professionnels | 25 222 | x |

C'est un tableau de proportionnalité, donc les produit en croix sont égaux :

$$x \times 178\,486 = 25\,222 \times 100$$

$$\text{D'où } x = \frac{25222 \times 100}{178486} \approx 14,13$$

Dans l'académie, il y a 14,13 % de lycées professionnels.

c) On a : $100 - (57,64 + 14,13) = 100 - 71,77 = 28,23$

Dans l'académie, il y a 28,23 % de lycéens.

ACTIVITE 3 :

L'unité internationale pour mesurer une durée est la seconde (abréviation « s »). On utilise également la minute (abréviation « min ») , le mois, l'année, le siècle.

A - Etre capable de passer des minutes aux secondes et vice versa.

1 min = 60 s.

Exprime en secondes les durées suivantes : $17 \text{ min} = 17 \times 60 \text{ s} = 1\,020 \text{ s}$

$$38 \text{ min } 27 \text{ s} = 38 \times 60 \text{ s} + 27 \text{ s} = 2\,307 \text{ s}$$

Inversement, on considère par exemple une durée de 784 s. Pour convertir cette durée en minutes-secondes, on détermine le nombre de fois où il y a 60 s dans 784 s. Pour cela on calcule le quotient euclidien et le reste de la division de 784 par 60

$$784 : 60 = 13 \times 60 + 4$$

$$784 \text{ s} = 13 \text{ min } 4 \text{ s}$$

Exprime en minutes et secondes les durées suivantes :

$$2\,823 \text{ s} = 47 \text{ min } 3 \text{ s}$$

$$2\,048 \text{ s} = 34 \text{ min } 8 \text{ s}$$

B - Etre capable de convertir une durée en minutes ou en secondes. Etre capable de faire l'exercice inverse.

Exprime en minutes les durées suivantes :

$$7 \text{ h } 17 \text{ min} = 7 \times 60 \text{ min} + 17 \text{ min} = 437 \text{ min}$$

$$2 \text{ h } 2 \text{ min} = 2 \times 60 \text{ min} + 2 \text{ min} = 122 \text{ min}$$

Exprime en secondes les durées suivantes :

$$4 \text{ h } 24 \text{ min } 18 \text{ s} = 4 \times 3600 \text{ s} + 24 \times 60 \text{ s} + 18 \text{ s} = 15\,858 \text{ s}$$

$$11 \text{ h } 20 \text{ min } 51 \text{ s} = 11 \times 3\,600 \text{ s} + 20 \times 60 \text{ s} + 51 \text{ s} = 40\,851 \text{ s}$$

Inversement, on considère par exemple une durée de 3 427 min. Pour convertir cette durée en heures- minutes on détermine le nombre de fois où il y a 60 min dans 3 427 min. Pour cela on calcule le quotient euclidien et le reste de la division de 3 427 par 60 :

$$3\,427 = 57 \times 60 + 7$$

$$3\,427 \text{ min} = 57 \text{ h } 7 \text{ min}$$

Exprimer en heure et minutes les durées suivantes :

$$431 \text{ min} = 7 \text{ h } 11 \text{ min}$$

;

$$543 \text{ min} = 9 \text{ h } 3 \text{ min}$$

On considère une durée de 10 991 s. Pour convertir cette durée en heures-minutes-secondes on détermine d'abord le nombre de fois où il y a 60 s dans 10 991 s. Pour cela on calcule le quotient euclidien et le reste de la division de 10 991 par 60 :

$$10\,991 = 183 \times 60 + 11$$

$$10\,991 \text{ s} = 183 \text{ min } 11 \text{ s}$$

Il reste à convertir 183 min 11 s en heures-minutes-secondes. On détermine alors le nombre de fois où il y a 60 min dans 183 min. On calcule donc le quotient euclidien et le reste de la division de 183 par 60.

$$183 = 3 \times 60 + 3$$

$$10\,991 \text{ s} = 3 \text{ h } 3 \text{ min } 11 \text{ s}.$$

Exprime en heures-minutes secondes les durées suivantes :

$$25\,758 = 7 \text{ h } 9 \text{ min } 18 \text{ s}$$

;

$$29\,502 \text{ s} = 8 \text{ h } 11 \text{ min } 42 \text{ s}$$

Exercice n°21 : Complète :

Énoncé : Sur l'autoroute, une voiture roule à la vitesse constante de 125 km/h.

Quelle sera la durée, en heures et minutes, d'un trajet de 200 km ?

Réponse : La voiture a un mouvement **uniforme** donc la **distance** parcourue est **proportionnelle** au **temps**.

| | | |
|------------------|------------|------------|
| Durée (en h) | 1 | x |
| Distance (en km) | 125 | 200 |

$$\text{On a : } x = \frac{1 \times 200}{125} = 1,6 \text{ (en h)}$$

$$0,6 \times 60 = 36 \text{ (en min)}$$

Donc la voiture met 1,6 h pour parcourir 200 km, c'est-à-dire **1 heure et 36 minutes**.

Exercice n°22 : Un motard roule toujours à la même vitesse et parcourt 12 km en 10 minutes.

- a) Quelle distance fait-il en une demi-heure ?
- b) Combien de temps lui faut-il pour parcourir 42 km ?
- c) Quelle est sa vitesse en km/h ?

Réponse :

a) La moto a un mouvement **uniforme** donc la **distance** parcourue est **proportionnelle** au **temps**.

| | | |
|------------------|----|----|
| Durée (en min) | 10 | 30 |
| Distance (en km) | 12 | x |

$$\text{On a : } x = \frac{12 \times 30}{10} = 36$$

Donc la moto parcourt en une demi-heure **36 km**.

b)

| | | |
|------------------|----|----|
| Durée (en min) | 10 | x |
| Distance (en km) | 12 | 42 |

$$\text{On a : } x = \frac{10 \times 42}{12} = 35 \text{ (en min)}$$

Donc la moto met **35 minutes** pour parcourir 42 km.

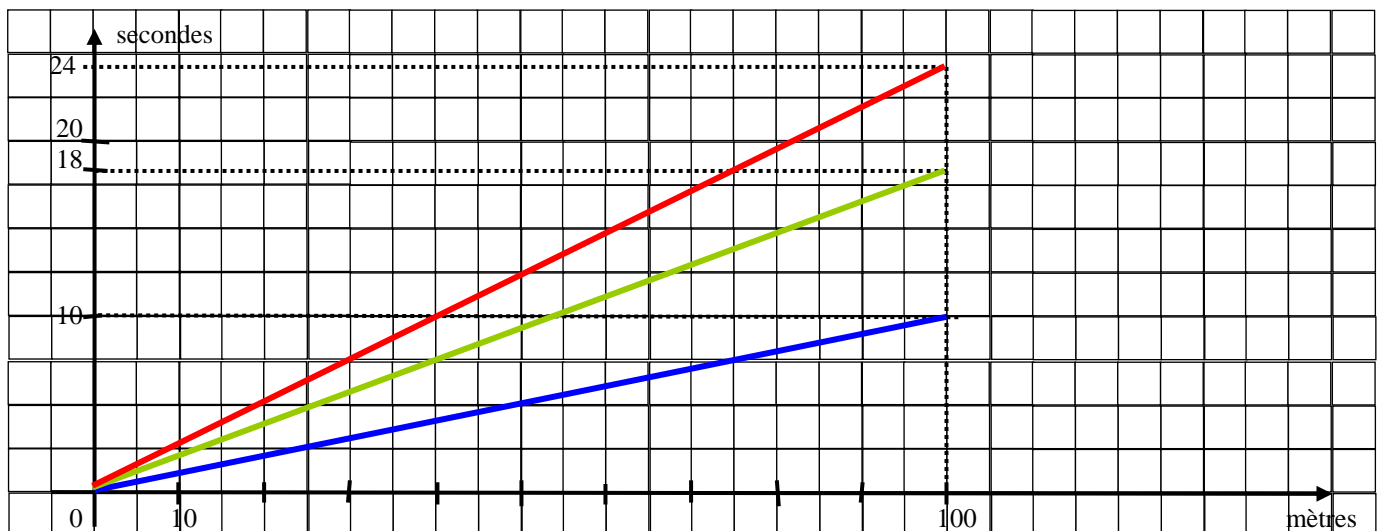
c)

| | | |
|------------------|----|----|
| Durée (en min) | 10 | 60 |
| Distance (en km) | 12 | x |

$$\text{On a : } x = \frac{12 \times 60}{10} = 72$$

Donc la moto roule à une vitesse de **72 km /h**.

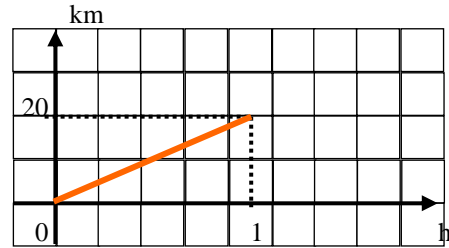
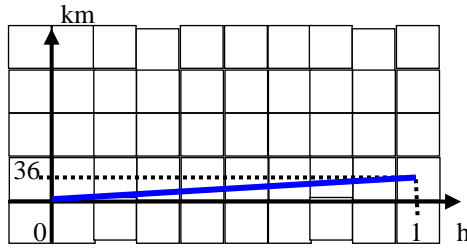
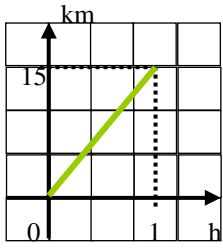
Exercice n°23 :



Le sprinter : $\text{vitesse} = \frac{100}{10} = 10$ soit 10 m / s

Le coureur de marathon : $\text{vitesse} = \frac{100}{18} \approx 5,6$ soit environ 6 m / s

Le marcheur : $\text{vitesse} = \frac{100}{24} \approx 4,2$ soit environ 4 m / s



| Temps en s pour 100 m | Mètres par seconde Unité : m/s | Mètres par heure Unité : m/h | Kilomètres par heure Unité : km/h |
|--------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| 24 | 4 | 14 400 | 14,4 |
| 18 | 6 | 21 600 | 21,6 |
| 10 | 10 | 36 000 | 36 |

Exercice n°24 : On a suivi les déplacements d'un pétrolier quittant le port. On a rempli le tableau suivant :

| | | | | |
|---------------------------------|----|----|----|----|
| Temps en heure depuis le départ | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Distance parcourue en km | 28 | 42 | 56 | 70 |

a) On a : $\frac{28}{2} = \frac{42}{3} = \frac{56}{4} = \frac{70}{5} = 14$. Comme les quotients sont égaux, le tableau est proportionnel et donc le

mouvement du pétrolier est uniforme.

b) Tous les points sont alignés avec l'origine du repère

Exercice n°25 : Yves et Charles font du vélo. Ils pédalent à la vitesse régulière de 18 km par heure. Quelle distance parcourent-ils :

a) en 15 min ?

| | | |
|------------------|----|-----|
| Durée (en min) | 60 | 15 |
| Distance (en km) | 18 | x |

$$\text{On a : } x = \frac{18 \times 15}{60} = 4,5$$

Ils parcourent **4,5 km** en 15 minutes

b) en 20 min ?

| | | |
|------------------|----|-----|
| Durée (en min) | 60 | 20 |
| Distance (en km) | 18 | x |

$$\text{On a : } x = \frac{18 \times 20}{60} = 6$$

Ils parcourent **6 km** en 20 minutes

c) en 2 h 30 min ?

2 h 30 min = 120 min + 30 min = 150 min

| | | |
|------------------|----|-----|
| Durée (en min) | 60 | 150 |
| Distance (en km) | 18 | x |

$$\text{On a : } x = \frac{18 \times 150}{60} = 45$$

Ils parcourent **45 km** en 150 minutes