

# THEME 2 : DEMONSTRATION - TRIANGLE

## DROITE DES MILIEUX

\*\*\*\*\*

### A - Notion de DEMONSTRATION

#### Règles du débat mathématiques

- Règle ① : Un énoncé mathématiques est soit *vrai* soit *faux*.  
Règle ② : Des *exemples* qui vérifient un énoncé *ne suffisent pas* pour montrer qu'un énoncé est vrai .  
Règle ③ : Pour qu'un énoncé soit vrai il faut qu'il soit *démontré* en utilisant des propriétés, ou vérifié pour *tous les cas possibles*.  
Règle ④ : Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'un énoncé est *faux*, on dit que l'on a trouvé un *contre-exemple*.  
Règle ⑤ : Une *constatation* ou *des mesures sur une figure* ne suffisent par pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.

#### Démonstration

Une démonstration en géométrie est une succession de chaînons déductifs.

Un chaînon déductif peut se présenter sous la forme :

**On sait que** ..... ( Donnée ou conclusion précédente )  
**Si** ..... **alors** ..... ( Propriété )  
**Donc** ..... ( Conclusion du chaînon )

#### Enoncé et réciproque

✧ En mathématiques, on utilise très souvent des énoncés de la forme : « **Si ... alors ...** »

*Exemple* : **Si** deux droites sont perpendiculaires **alors** elles sont sécantes,

Condition

conclusion

✧ On trouve **la réciproque** d'un énoncé en inversant la condition et la conclusion de cet énoncé.

Attention : La réciproque d'un énoncé vrai n'est pas toujours vraie.

*Exemple* : **Si** deux droites sont sécantes **alors** elles sont perpendiculaires. ( énoncé faux ).

#### Contre-exemple

Pour qu'un énoncé de la forme : « si ... alors ... », un contre-exemple est un cas qui vérifie la condition et qui ne vérifie pas la conclusion .

*Exemple* : « **Si** un nombre est divisible par 5 **alors** il se termine par 5 ».

- 10 est un contre exemple : - il vérifie la condition : 10 est divisible par 5 ;  
- mais il ne vérifie pas la conclusion : 10 ne se termine par 5.  
L'énoncé est donc faux.

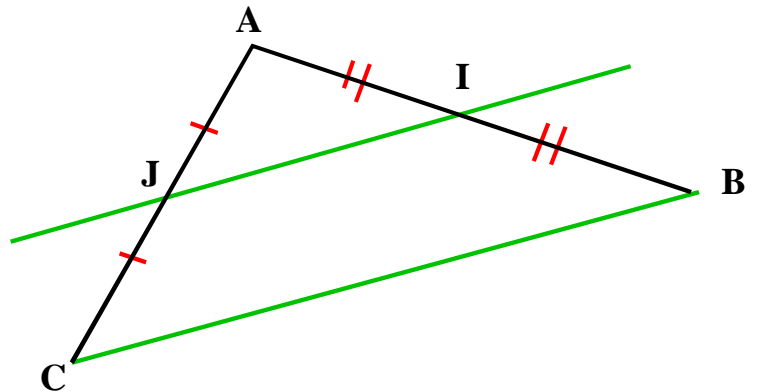
## B- DROITE DES MIEUX

### 1°) Milieux

Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté du triangle

Données : I milieu de [AB] et J milieu de [AC].

Conclusion : La droite (IJ) est parallèle à (BC).

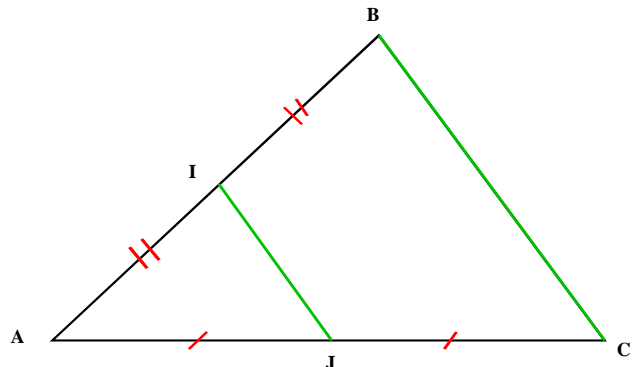


### 2°) Longueurs

Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté du triangle

Données : I milieu de [AB] et J milieu de [AC].

Conclusion :  $IJ = \frac{1}{2} BC$



### 3°) Milieux et parallèles

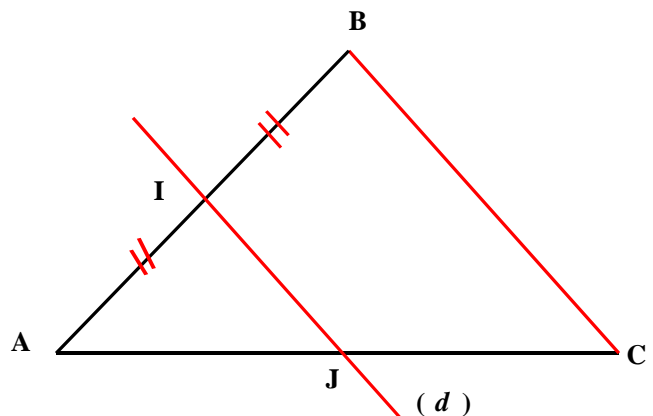
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Données :

I milieu de [AB]

(d) parallèle à la droite (BC).

Conclusion : (d) passe par le milieu du segment [AC].



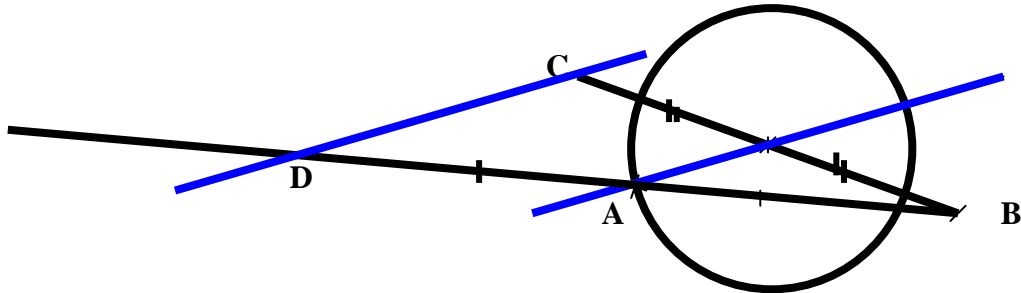
## D – COMMENT REDIGER

**Exemple 1 :** Trace un cercle de centre I. Soit A un point sur ce cercle et B est un point extérieur à ce cercle. Soit C le symétrique de B par rapport à I et soit D le symétrique de B par rapport à A.

- Faire une figure et tracer les droites (DC) et (AI).
- Démontre que les droites (DC) et (AI) sont parallèles.
- Démontre que  $DC = 2 \times AI$ .

### Rédaction :

#### a. Figure



#### b – Démontrons que les droites (DC) et (AI) sont parallèles

On sait que : - CBD est un triangle.

- I milieu de [CB] (car C est le symétrique de B par rapport à I.)
- A milieu de [BD] (car D est le symétrique de B par rapport à A.)

Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté du triangle.

Donc (AI) est parallèle à (CD).

#### c – Démontrons que $DC = 2 \times AI$

On sait que : - CBD est un triangle.

- I milieu de [CB] car C est le symétrique de B par rapport à I.
- A milieu de [BD] car D est le symétrique de B par rapport à A.

Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté du triangle

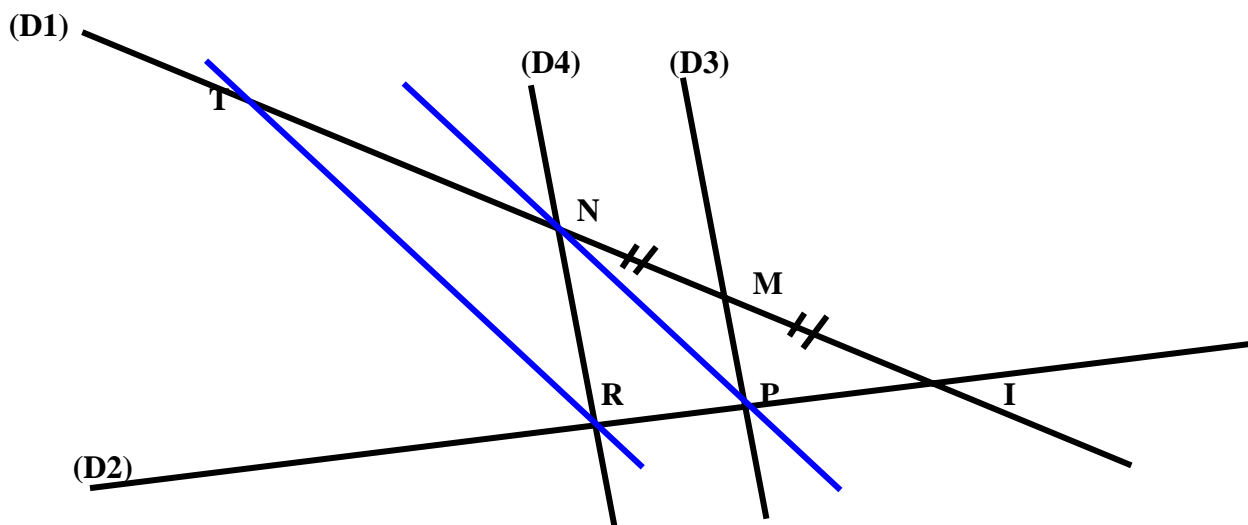
Donc  $AI = \frac{1}{2} \times DC$  ou encore  $DC = 2 \times AI$

## Exemple 2:

- Soit deux droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sécantes au point I.
  - Soit M un point appartenant à  $(D_1)$  et soit N le symétrique de I par rapport à M.
  - Soit  $(D_3)$  une droite passant par M qui coupe  $(D_2)$  en P.
  - Soit  $(D_4)$  la parallèle à  $(D_3)$  passant par N qui coupe  $(D_2)$  en R.
- a. Faire une figure et trace la droite (NP) puis la parallèle à la droite (NP) passant par R : cette parallèle coupe  $(D_1)$  en T.
- b. En considérant le triangle INR, démontre que P est le milieu de [IR].
- c. Déduire, à partir de la question précédente, et en considérant le triangle ITR, que N est le milieu de [IT].

### Rédaction

#### a - Figure



#### b - Démontrons que P milieu de [RI]

On sait que : - INR est un triangle

- M est le milieu de [NI] car N est le symétrique de I par rapport à M
- $(D_4)$  est parallèle à  $(D_3)$  ou encore  $(NR)$  parallèle à  $(MP)$ .

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc P est le milieu de [RI]

#### c - Démontrons que N milieu de [IT].

On sait que : - ITR est un triangle

- P est milieu de [RI] d'après la question b.
- $(NP)$  parallèle à  $(TR)$

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu

Donc N est le milieu de [IT].