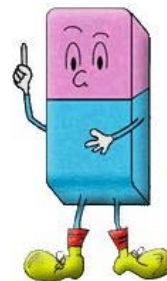


Thème N°11: SYNTHÈSE CALCUL LITTÉRAL (1)



A - CONVENTIONS :

Le signe \times (multiplier) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre : $9y$ signifie $9 \times y$
- entre deux lettres : ab signifie $a \times b$
- entre un nombre et une parenthèse : $5(x - y)$ signifie $5 \times (x - y)$
- entre une lettre et une parenthèse : $x(5 + y)$ signifie $x \times (5 + y)$
- entre deux parenthèses : $(x - 12)(8 - y)$ signifie $(x - 12) \times (8 - y)$
- Remarque : Le produit de x par x se note x^2 : x^2 signifie $x \times x$

B - VOCABULAIRE : Somme - Produit - Termes - Facteurs

- $y(x - 5)$ est un produit dont les facteurs sont : y et $(x - 5)$.
- $(x + 3)(6 - y)$ est un produit dont les facteurs sont : $(x + 3)$ et $(6 - y)$
- $2x + y + 8$ est une somme dont les termes sont : $2x$; y ; 8
- $4ab$ est un produit dont les facteurs sont : 4 ; a et b
- $3x + (-y)$ est une somme dont les termes sont : $3x$ et $(-y)$

C - DISTRIBUTIVITE

Si k, x et y désignent des nombres quelconques,
Alors :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$
$$(x + y) \times k = x \times k + y \times k$$

$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$
$$(x - y) \times k = x \times k - y \times k$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction

Vérifions que l'égalité $(-6) \times \left(2 + \frac{1}{7}\right) = (-6) \times 2 + (-6) \times \frac{1}{7}$ est vraie.

- Calcul du 1^{er} membre : $(-6) \times \left(2 + \frac{1}{7}\right) = (-6) \times \left(\frac{14}{7} + \frac{1}{7}\right) = (-6) \times \frac{15}{7} = -\frac{90}{7}$
- Calcul de 2^e membre : $(-6) \times 2 + (-6) \times \frac{1}{7} = -12 + \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{-84}{7} + \frac{-6}{7} = -\frac{90}{7}$

D - Vocabulaire : DEVELOPPER - FACTORISER

Développer, c'est transformer un produit de facteurs en une somme de termes.

Exemple : $4 \times (7 + 5) = 4 \times 7 + 4 \times 5$ (on a développé $4 \times (7 + 5)$)

- $4 \times (7 + 5)$ est une expression factorisée.
- $4 \times 7 + 4 \times 5$ est une expression développée.

Factoriser, c'est transformer une **somme** de termes en un **produit** de facteurs.

Exemple : $7 \times 5 + 7 \times 2 = 7 \times (5 + 2)$ (on a factorisé $7 \times 5 + 7 \times 2$)

- $7 \times 5 + 7 \times 2$ est une expression développée.
- $7 \times (5 + 2)$ est une expression factorisée.

E - FACTORISER ET REDUIRE

Pour trois nombres relatifs x, y et k :

$$k \times x + k \times y = k \times (x + y) ; \quad k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

Exemples :

$$A = 2x + 3x$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$A = x \times (2 + 3)$$

$$A = 3x$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - 5x + 4 + 7$$

On regroupe les termes en x

$$B = x \times 1 - 5 \times x + 4 + 7 \quad (\text{on compte les } x)$$

$$B = x(1 - 5) + 4 + 7 \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = -4x + 11$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - 4x^2 + x - 5x - 3$$

On regroupe les x^2 puis les x

$$C = x^2(3 - 4) + x(1 - 5) - 3$$

On factorise par x^2 puis par x (on compte les x^2 et les x)

$$C = -x^2 - 4x - 3$$

F - SUPPRESSION DE PARENTHESES

1°) Parenthèses précédées du signe +

Pour trois nombres relatifs x, y et z :

$$x + (y + z) = x + y + z ; \quad x + (y - z) = x + y - z$$

On conserve les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$A = 3 + (-2 + x) = 3 - 2 + x = 1 + x$$

$$B = 2 + (5 + x) = 2 + 5 + x = 7 + x$$

2°) Parenthèses précédées du signe -

Pour trois nombres relatifs x, y et z :

$$x - (y + z) = x - y - z ; \quad x - (y - z) = x - y + z$$

Soit on change tous les signes intérieurs aux parenthèses

Exemples :

$$C = 4 - (-3 + x)$$

$$C = 4 + 3 - x$$

$$C = 7 - x$$

$$D = 7 - (x - 1)$$

$$D = 7 - (+x - 1)$$

$$D = 7 - x + 1$$

$$D = 8 - x$$

Soit on remplace le signe - par - 1 et on utilise la distributivité

Exemples :

$$E = 4 - (-3 + x)$$

$$E = 4 - 1 \times (-3 + x)$$

$$E = 4 - 1 \times (-3) - 1 \times x$$

$$E = 4 + 3 - x$$

$$E = 7 - x$$

$$F = 7 - (x - 1)$$

$$F = 7 - 1 \times (x - 1)$$

$$F = 7 - 1 \times x - 1 \times (-1)$$

$$F = 7 - x + 1$$

$$F = 8 - x$$

G - DEVELOPPER

Pour trois nombres relatifs x , y et k :

$$k \times (x + y) = k \times x + k \times y$$

$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

Exemples :

$$A = 5(2 + x)$$

$$A = 5 \times 2 + 5 \times x$$

$$A = 10 + 5x$$

$$B = -3(2x - 7)$$

$$B = -3 \times 2x - 3 \times 7$$

$$B = -6x + 21$$

H - METHODES

• Réduire une expression littérale

Réduis l'expression : $A = 5x + (7 - 2x^2) - (6x^2 - 3x)$

On supprime les parenthèses $\rightarrow A = 5x + 7 - 2x^2 - 6x^2 + 3x$

On regroupe les termes ayant un facteur commun $\rightarrow A = -2x^2 - 6x^2 + 5x + 3x + 7$

On factorise $\rightarrow A = x^2(-2 - 6) + x(5 + 3) + 7$

On réduit $\rightarrow A = -8x^2 + 8x + 7$

• Développer et réduire une expression littérale

Développe et réduis l'expression : $B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$

$$B = x(7 - 2x) - 3(2x^2 - 3x)$$

On applique la propriété de distributivité $\rightarrow B = x \times 7 - x \times 2x - 3 \times 2x^2 - 3 \times (-3x)$

On simplifie l'écriture $\rightarrow B = 7x - 2x^2 - 6x^2 + 9x$

On réduit $\rightarrow B = x^2(-2 - 6) + x(7 + 9)$

$$B = -8x^2 + 16x$$

• Calculer une valeur numérique

Soit $E = 6(x - 3) - x^2$ Calcule E pour $x = -2$

On remplace x par -2 $\rightarrow E = 6(-2 - 3) - (-2)^2$

On effectue l'enchaînement $\rightarrow E = 6 \times (-5) - 4$

$$E = -30 - 4$$

$$E = -34$$