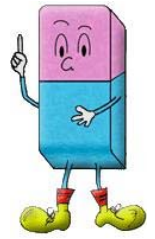


# Thème N° 10: SYNTHESE PUISSANCES



## A - PUISSANCE ENTIERE D'UN NOMBRE RELATIF

### A-1 Puissance d'exposant entier positif

#### Définition :

Si  $n$  est un entier supérieur ou égal à 2, alors :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

De plus ,  $a^1 = a$  et pour  $a \neq 0$  ,  $a^0 = 1$

**Vocabulaire :**  $a^n$  se lit «  $a$  exposant  $n$  » ou «  $a$  puissance  $n$  »

#### Exemples :

$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \quad ; \quad (-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$$

$$3^9 = 19\,683 \quad (-3)^0 = 1 \quad (5,7)^1 = 5,7$$

### A-2 Puissance d'exposant entier négatif

#### Définition :

Si  $a \neq 0$ , alors le nombre  $a^{-n}$  est l'inverse de  $a^n$ . C'est-à-dire :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

#### Exemples :

$$4^{-1} = \frac{1}{4^1} = 0,25 \quad ; \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04 \quad ; \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -0,125$$

### A-3 Avec la calculatrice

Avec la Casio 2D, on utilise la touche  $x^\square$  et avec la TI-Collège, la touche  $\wedge$  , ou .....

**Exemple :** Calcule de  $(-7)^5$

Casio 2D :  $($   $(-)$   $7$   $)$   $x^\square$   $5$   $EXE$   $-16\,807$

TI-Collège :  $($   $(-)$   $7$   $)$   $\wedge$   $5$   $ENTER$   $-16\,807$

### A-4 Priorités opératoires

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Dans une expression avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses.

## A-5 Exemples de calculs simples

**Exemple 1 :** Donne l'écriture décimale des nombres  $A = 4^2 \times 4^3$  et  $B = \frac{5^3}{5^5}$ .

$$A = 4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5 = 1\,024$$

$$B = \frac{5^3}{5^5} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} = 0,04$$

**Exemple 2 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$

$$C = 6^3 + 126 \times 3^{-2} - 8$$

$$C = 216 + 126 \times \frac{1}{3^2} - 8 \quad \text{☞ On effectue d'abord les puissances}$$

$$C = 216 + 126 \times \frac{1}{9} - 8 \quad \text{☞ On effectue la multiplication}$$

$$C = 216 + 14 - 8 \quad \text{☞ On effectue un calcul de la gauche vers la droite}$$

$$C = 222$$

**Exemple 3 :** Donne l'écriture décimale du nombre  $D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$

$$D = (5 - 2)^3 - (6 \times 2)^2$$

$$D = 3^3 - 12^2 \quad \text{☞ On effectue d'abord dans les parenthèses}$$

$$D = 27 - 144 \quad \text{☞ On applique la définition des puissances}$$

$$D = -117 \quad \text{☞ On effectue la soustraction}$$

## B - CAS PARTICULIER DES PUISSANCES DE 10

### B - 1 Définition et notation

#### 1°) Cas ou l'exposant est positif

Pour tout entier positif  $n$ , l'écriture décimale de  $10^n$  est un 1 suivi de  $n$  zéros.

Pour tout entier  $n$  supérieur ou égal à 2,  $\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_n = 10^n$

**Exemples :**  $1\,000 = 10^3$  ;  $100\,000 = 10^5$  ;  $10 = 10^1$  ;  $1 = 10^0$

#### 2°) Cas ou l'exposant est négatif

Pour tout entier positif  $n$ ,  $10^{-n} = 0,000 \dots 01$  ( $n$  zéros précèdent le 1, sans oublier la virgule)

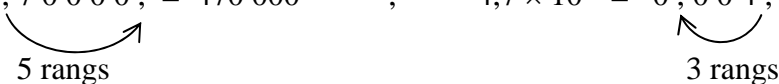
**Exemples :**  $10^{-3} = 0,001$  ;  $10^{-5} = 0,000\,01$

## B - 2 Produit par une puissance de 10

Pour multiplier un nombre en écriture décimale :

- par  $10^n$ , on décale la virgule de  $n$  rangs vers **la droite**.
- par  $10^{-n}$ , on décale la virgule de  $n$  rangs vers **la gauche**.

Exemples :  $4,7 \times 10^5 = 4,70000, = 470\,000$  ;  $4,7 \times 10^{-3} = 0,004,7 = 0,0047$



## B - 3 Avec la calculatrice

Donne l'écriture décimale du nombre  $4,7 \times 10^5$

Avec la Casio 2D :

Pour afficher (la plupart du temps)  
les résultats sous forme décimale :

[SHIFT] [MODE] 8 ( Norm ) 2 ( Norm 1 ~ 2 ? )

Pour afficher le résultat :

4,7 [× 10<sup>x</sup>] 5 [EXE] 470 000

Avec la TI-Collège :

Pour afficher (la plupart du temps)  
les résultats sous forme décimale :

[2<sup>nde</sup>] [MODE] [ENTER] ( SCI/ING ) [ENTER] ( FLO )

Pour afficher le résultat :

[ENTER] 4,7 [× 10<sup>x</sup>] 5 [ENTER] 470 000

## B - 4 Notation scientifique

### 1°) Définition

Un nombre décimal peut s'écrire de plusieurs façons :

Exemples :

$$a = 0,00428 = \mathbf{0,0428} \times 10^{-1} = 0,428 \times 10^{-2} = \mathbf{4,28} \times 10^{-3} = 428 \times \mathbf{10^{-5}}$$

$$b = -784500 = -\mathbf{78450} \times 10^1 = -7845 \times 10^2 = -7,845 \times 10^5$$

Parmi toutes ces écritures, on distingue la **notation scientifique** obtenue en plaçant la virgule juste après le premier chiffre autre que 0.

Ainsi la notation scientifique de  $a$  est  $\mathbf{4,28 \times 10^{-3}}$ . Et celle de  $b$  est  $\mathbf{-7,845 \times 10^5}$

**Ecrire un nombre en notation scientifique, c'est l'écrire comme le produit d'un nombre ayant un seul chiffre non nul à gauche de la virgule, par une puissance de dix.**

### 2°) Comment écrire un nombre en notation scientifique

Exemples : Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$$A = 0,000256 \quad ; \quad B = 783,9 \times 10^3 \quad ; \quad C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$A = 0,000256$$

$$\mathbf{A = 2,56 \times 10^{-4}}$$

$$B = 783,9 \times 10^3$$

$$B = (\mathbf{7,839} \times 10^2) \times 10^3$$

$$B = \mathbf{7,839} \times (10^2 \times 10^3)$$

$$\mathbf{B = 7,839 \times 10^5}$$

$$C = 18 \times 10^{-5} \times 5,6 \times 10^7$$

$$C = (18 \times 5,6) \times (10^{-5} \times 10^7)$$

$$C = 100,8 \times 10^2$$

$$C = (1,008 \times 10^2) \times 10^2$$

$$C = 1,008 \times (10^2 \times 10^2)$$

$$C = 1,008 \times 10^4$$

## 2°) Avec la calculatrice

Donne l'écriture scientifique du nombre  $783,9 \times 10^3$

Avec la Casio 2D :

Pour afficher le résultat :

$$783,9 \quad \boxed{\times 10^x} \quad 3 \quad \boxed{\text{EXE}}$$

Pour afficher (la plupart du temps)

les résultats sous forme scientifique:

$$\boxed{\text{SHIFT}} \quad \boxed{\text{MODE}} \quad 7 \text{ (Sci)} \quad 4 \text{ (Sci 0 ~ 9 ?)}$$

Avec la TI-Collège :

Pour afficher le résultat :

$$\boxed{\text{ENTER}} \quad 783,9 \quad \boxed{\times 10^x} \quad 3 \quad \boxed{\text{ENTER}}$$

Pour afficher (la plupart du temps)

les résultats sous forme décimale :

$$\boxed{2^{\text{nde}}} \quad \boxed{\blacktriangleright a \cdot 10^n} \quad \boxed{\text{ENTER}} \quad 7,839 \times 10^5$$

## B - 5 Opérations

### 1°) Produit

Si  $n$  et  $m$  sont des entiers relatifs, alors :  $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$

Exemples :  $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$  ;  $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$

### 2°) Inverse et quotient

Si  $n$  et  $m$  sont des entiers relatifs, alors :  $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$  ;  $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

Exemples :  $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$  ;  $\frac{1}{10^{-5}} = 10^5$  ;  $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$  ;  $\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-4-3} = 10^{-7}$

### 3°) Puissance d'une puissance

Si  $n$  et  $m$  sont des entiers relatifs, alors :  $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

Exemples :  $(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$  ;  $(10^{-5})^2 = 10^{-5 \times 2} = 10^{-10}$

#### 4°) Exemple

Donne les écritures décimale et scientifique du nombre suivant :  $A = \frac{7 \times 10^7 \times 25 \times 10^{-5}}{14 \times 10^8 \times 10^{-2}}$ .

On rassemble les nombres et les puissances de dix

$$A = \frac{7 \times 25}{14} \times \frac{10^7 \times 10^{-5}}{10^8 \times 10^{-2}}$$

On simplifie les nombres et les puissances de dix

$$A = \frac{7 \times 25}{2 \times 7} \times \frac{10^{7+(-5)}}{10^{8+(-2)}}$$

$$A = \frac{25}{2} \times \frac{10^2}{10^6}$$

$$A = 12,5 \times 10^{2-6}$$

$$A = 12,5 \times 10^{-4}$$

L'écriture scientifique est

$$A = 1,25 \times 10^1 \times 10^{-4}$$

$$A = 1,25 \times 10^{1+(-4)}$$

$$\boxed{A = 1,25 \times 10^{-3}}$$

L'écriture décimale est

$$A = 1,25 \times 0,001$$

$$\boxed{A = 0,00125}$$