

Pour prendre un bon départ

**Exercice n°1 :** Le signe  $\times$  ( multiplier ) peut être sous-entendu dans différentes situations.

- entre un nombre et une lettre :  $3x$  signifie  $3 \times x$
- entre deux lettres :  $xy$  signifie  $x \times y$
- entre un nombre et une parenthèse :  $2(x+y)$  signifie  $2 \times (x+y)$
- entre une lettre et une parenthèse :  $(4+x)y$  signifie  $(4+x) \times y$
- entre deux parenthèses :  $(y+7)(x+4)$  signifie  $(y+7) \times (x+4)$
- Remarque : Le produit de  $x$  par  $x$  se note  $x^2$  :  $x^2$  signifie  $x \times x$ .

Supprime les signes  $\times$  quand c'est possible.

$$3 \times a \times b = 3ab \quad ; \quad 3 \times a - 5 \times b = 3a - 5b \quad ; \quad a \times (b+3) = a(b+3) \quad ; \quad 2 \times y \times y = 2y^2$$

$$7 \times a \times b = 7ab \quad ; \quad (7+a) \times (b+5) = (7+a)(b+5) \quad ; \quad (a+5 \times b) \times 3 - 2 \times c \times c = 3(a+5b) - 2c^2$$

**Exercice n°2 :** Afin de connaître le poids du menhir qu'il doit fournir au client, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes.

(  $A$ ,  $a$  et  $h$  sont en dm et  $P$  en kg ).

• La formule de Lutèce :			
$P = 0,302\pi h A a$	$P \approx 493,36$		$P \approx 1\,987,42$
• La formule de pictave :			
$P = 0,306h(2A^2 + a^2)$	$P \approx 536,11$		$P \approx 1\,996,88$
• La formule arverne :			
$P = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$	$P \approx 501,40$		$P \approx 1\,980,85$
• La formule de Guy l'an neuf :			
$P = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$	$P \approx 521,50$		$P \approx 2\,006,14$
• La formule armoricaine :			
$P = 1,22h(0,4A^2 + 0,2Aa + 0,15a^2)$	$P \approx 529,97$		$P \approx 1\,987,79$

Deux modèles sont à livrer.

- Un grand menhir :  $h = 21$  dm ,  $A = 10,5$  dm ,  $a = 9,5$  dm.

- Un petit menhir :  $h = 16$  dm ,  $A = 6,5$  dm ,  $a = 5$  dm.

Essaye les cinq formules avec les dimensions mesurées.

**Exercice n° 4 :** Maîtriser le vocabulaire : **somme - termes - produit - facteurs**

Complète :

- $4 + 6 - 8$  est une **somme** algébrique ; 4 , 6 et - 8 sont les **termes** de la somme.
- $x + y - z$  est une **somme** algébrique ;  $x$  ,  $y$  et  $-z$  sont les **termes** de la somme.

Les termes sont les expressions que l'on ajoute ou que l'on retranche.

- $2 \times 3 \times (-8)$  est un **produit** ; 2 , 3 et - 8 sont les **facteurs** du produit.
- $xy(-3)$  est un **produit** ;  $x$  ,  $y$  et  $(-3)$  sont les **facteurs** du produit.

*Avec des expressions moins évidente :*

- $4 + 3 \times 4$  est une **somme** car s'est l'addition que l'on fait en dernier lieu ; 4 et  $3 \times 4$  sont les deux **termes** de la somme.
- $x + 3y$  est une **somme** dont les termes sont  $x$  et  $3y$
- $(4 + 5) \times 3$  est un produit car c'est la multiplication que l'on fait en dernier lieu ;  $(4 + 5)$  et 3 sont les deux **facteurs** du produit.
- $(x + 3) y$  est un **produit** dont les **facteurs** sont :  $(x + 3)$  et  $y$
- $(5 + 3) (y + 6)$  est un **produit** dont les **facteurs** sont :  $(5 + 3)$  et  $(y + 6)$
- $4 + 3 \times 5 + 7$  est une **somme** dont les **termes** sont : 4 ;  $3 \times 5$  et 7
- $x + 3y + 8$  est une **somme** dont les **termes** sont :  $x$  ;  $3y$  et 8
- $3x(-y)$  est un **produit** dont les **facteurs** sont : 3 ;  $x$  et  $(-y)$
- $4x - y$  est une **somme** dont les **termes** sont :  $4x$  et  $-y$

*Faire des phrases sur le modèle des exemples précédente avec les expressions suivantes :*

$7 + 4 \times a$  est ... ;  $(8 + a) \times 5$  est ... ;  $9ab$  est ... ;  $7(a + b)$  est ... ;  $4 + ab$  est ...  
 $4x + 5y$  est ... ;  $a + bc + d$  est ... ;  $(a + b)c + d$  est ... ;  $a + b(c + d)$  est ... ;  
 $(a + b)(c + d)$  est ... ;  $b^2 + ac$  est ... .

**Exercice n°5 :** Traduire les expressions suivantes en écriture mathématique usuelle :

Exemple : « la somme de  $a$  et  $b$  » se note  $a + b$

« le double de  $x$  » se note  $2x$

N°1 : « le carré de  $x$  » se note  $x^2$

N°2 : « la différence de  $a$  et  $b$  » se note  $a - b$

N°3 : « le produit de  $a$  par  $b$  » se note  $ab$

N°4 : « la somme des carrés de  $a$  et  $b$  » se note  $a^2 + b^2$

N°5 : « le carré de la somme de  $a$  et  $b$  » se note  $(a + b)^2$

N°6 : « le produit de 8 par  $2x + 4$  » se note  $8(2x + 4)$

N°7 : « le produit de  $a$  par la somme de  $b$  et  $c$  » se note  $a(b + c)$

N°8 : « le produit de la somme de  $a$  et  $b$  par  $c$  » se note  $c(a + b)$

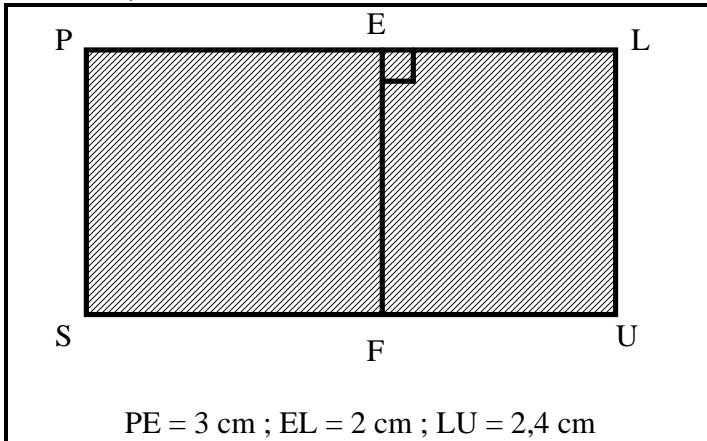
N°9 : « la somme de  $a$  et du produit de  $b$  par  $c$  » se note  $a + bc$

N°10 : « la différence du carré de  $a$  et du carré de  $b$  » se note  $a^2 - b^2$

**Exercice n°6 : Revoir la distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction**

**A) Distributivité de la multiplication sur l'addition**

1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle PLUS.

- Calcul direct :

$$\text{Aire(PLUS)} = 2,4 \times (3 + 2) = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- En considérant l'aire du rectangle PLUS comme la somme de deux rectangles :

$$\text{Aire(PLUS)} = \text{Aire(PEFS)} + \text{Aire(ELUF)}$$

$$\text{Aire(PLUS)} = 3 \times 2,4 + 2 \times 2,4$$

$$\text{Aire(PLUS)} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

En comparant les deux résultats, complète :  $2,4 \times (2 + 3) = 2,4 \times 2 + 2,4 \times 3$

Ce résultat est peut-être généralisé de la façon suivante : Si  $k, x$  et  $y$  désignent des nombres quelconques,

Alors :

$$\begin{aligned} k \times (x + y) &= k \times x + k \times y \\ \text{ou} \\ k \times x + k \times y &= k \times (x + y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + y) \times k &= x \times k + y \times k \\ \text{ou} \\ x \times k + y \times k &= (x + y) \times k \end{aligned}$$

**On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition**

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$5 \times (7 + 6)$	$5 \times 13 = 65$	$5 \times 7 + 5 \times 6 = 35 + 30 = 65$
$3 \times (7 + 5)$	$3 \times 12 = 36$	$3 \times 7 + 3 \times 5 = 21 + 15 = 36$
$8 \times (7 + 6 + 1)$	$8 \times 14 = 112$	$8 \times 7 + 8 \times 6 + 8 \times 1 = 56 + 48 + 8 = 112$
$(999 + 1) \times 6$	$1\,000 \times 6 = 6\,000$	$6 \times 999 + 6 \times 1 = 5\,994 + 6 = 6\,000$

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

~~$2 \times (5 + 8) = 2 \times 5 + 8$~~

~~$a \times (b + c) = a \times b + c$~~

$8 \times (1 + 4) = 8 \times 1 + 4 \times 8$

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

~~$3 + (5 \times 4) = 3 + 5 \times 3 + 4$~~

~~$a + (b \times c) = a + b \times c + c$~~

~~$k \times x + k \times y = k + (x \times y)$~~

~~$7 \times 5 + 1 = 7 \times 5 + 7 \times 1$~~

~~$a \times b + c = a \times b + a \times c$~~

$k \times x + k \times y = k \times (x + y)$

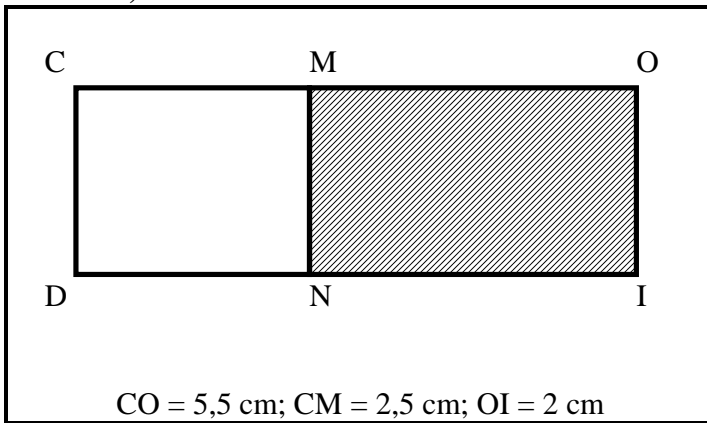
$9 \times 1 + 9 \times 2 = (1 + 2) \times 9$

$k \times x + k \times y = (x + y) \times k$

$6 \times 2 + 3 \times 6 = 6 \times (2 + 3)$

$k \times x + y \times k = k \times (x + y)$

**B) Distributivité de la multiplication sur la soustraction**  
1°)



On veut calculer de deux manières l'aire du rectangle MOIN.

- Calcul direct :

$$\text{Aire(MOIN)} = (5,5 - 2,5) \times 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- En considérant l'aire du rectangle MOIN comme la différence de deux rectangles :

$$\text{Aire(MOIN)} = \text{Aire(COID)} - \text{Aire(CMND)}$$

$$\text{Aire(MOIN)} = 5,5 \times 2 - 2,5 \times 2$$

$$\text{Aire(MOIN)} = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

En comparant les deux résultats, complète :  $2 \times (5,5 - 2,5) = 2 \times 5,5 - 2 \times 2,5$

Ce résultat est peut-être généralisée de la façon suivante : Si  $k$ ,  $x$  et  $y$  désignent des nombres quelconques,

Alors :

$$k \times (x - y) = k \times x - k \times y$$

ou

$$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$$

$$(x - y) \times k = x \times k - y \times k$$

ou

$$x \times k - y \times k = (x - y) \times k$$

**On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction**

2°) Calcule de 2 manières :

	Calcul direct avec respect des conventions	Utilisation de la distributivité
$4 \times (7 - 5)$	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 7 - 4 \times 5 = 28 - 20 = 8$
$7 \times (9 - 4)$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 9 - 7 \times 4 = 63 - 28 = 35$
$8 \times (7 - 6 - 1)$	$8 \times 0 = 0$	$8 \times 7 - 8 \times 6 - 8 \times 1 = 56 - 48 - 8 = 0$
$(3\ 002 - 2) \times 4$	$3\ 000 \times 4 = 12\ 000$	$3\ 002 \times 4 - 2 \times 4 = 12\ 008 - 8 = 12\ 000$

3°) Encadre les relations exactes et raye les inexactes :

$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$	<del><math>k \times x - k \times y = k - (x \times y)</math></del>	$k \times x - k \times y = k \times (x - y)$
<del><math>a \times (b - c) = a \times b - c</math></del>	<del><math>a - (b \times c) = a - b \times c - c</math></del>	$k \times x - k \times y = (x - y) \times k$
<del><math>18 \times (9 - 4) = 18 \times 9 - 4 \times 8</math></del>	<del><math>5 \times 5 - 1 = 5 \times 5 - 5 \times 1</math></del>	<del><math>a \times b - c = a \times b - a \times c</math></del>
$k \times x - y \times k = k \times (x - y)$	$6 \times 2 - 3 \times 6 = 6 \times (2 - 3)$	<del><math>6 \times (3 - 4) = 6 \times 3 - 4</math></del>
<del><math>46 - (4 \times 5) = 46 - 4 \times 5 = 46</math></del>	$4 \times 8 - 4 \times 5 = (8 - 5) \times 4$	

**ACTIVITE 1 : Différencier un « développement » d'une « factorisation »**

1°) Il a été demandé à un élève de quatrième de traiter l'exercice suivant :

**Développer, c'est transformer un produit de facteurs en une somme de termes**

**Factoriser, c'est transformer une somme de termes en un produit de facteurs**

2°) On dira que  $7 \times x + 7 \times 2$  (ou  $7x + 14$ ) est une expression développée, et,  $9(2y + 3)$  est une expression factorisée.

En utilisant les expressions de départ ainsi que les solutions justes de l'exercice traité par l'élève, complète le tableau ci-dessous.

Les expressions développées sont :	Les expressions factorisées sont :
$H = 21 + 63$ ; $I = 54 - 30$ ; $J = 14x + 21$ $K = 6a - 15b$	$A = 8 \times (5 + 9)$ ; $B = 8 \times (9 - 4)$ ; $C = 4(2x + 7)$ $D = 3(6a - b)$ ; $E = (7 + 3) \times (2 + 5)$
$8x + 28$ ; $18a - 3b$ ; $x^2 + 2x + 3x + 6$	$F = (x + 3)(x + 2)$ ; $G = (2x - 4)(x - 5)$
$2x^2 - 10x - 4x + 20$ ; $6 \times 9 - 6 \times 5$	$7 \times (3 + 9)$
$7 \times 2x + 7 \times 3$	$3(2a - 5b)$

**Exercice n°7 :** Pour chaque expression ci-dessous, dire quelle est la question que l'on pourrait demander.

Complète par : **Développer** ou **Factoriser**.

$\frac{2}{3}b - b + \frac{1}{2}b$  factoriser

$-3x + 8x$  factoriser

$(4x + 5)(2x + 3)$  développer

$7x - 11x$  factoriser

$(x + 1)(x + 2)$  développer

$\frac{3}{2}x^3 - x^3$  factoriser

$(4 - 5x)(8x - 3)(x + 9)$  développer

$-3x^2 - 7x^2$  factoriser

$(-5x + 3)(-3x - 5)$  développer

$5\pi x - \pi x - 4\pi x$  factoriser

$2(-3x - 4)$  développer

$1,2x + 2,5x$  factoriser

$\frac{3}{2}\left(4x + \frac{5}{3}\right)$  développer

$-\frac{5}{6}\left(\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}\right)$  développer

$2a - 5a + 12a$  factoriser

$5(2x - 5)(3x + 5)$  développer

$7ab - 3ab + 18ab$  factoriser

$3(-2x + 5)$  développer

$2x^2 - 5x^2$  factoriser

**Exercice n°8 :** Dire si les expressions ci-dessous sont sous forme développée ou factorisée :

$7(8x + 9)$  forme factorisée

$15 + 12$  forme développée

$\frac{7}{3}(5x + 2)$  forme factorisée

$\frac{3}{12}y\left(\frac{5}{3}y + \frac{1}{4}x\right)$  forme factorisée

$9a^3$  forme factorisée

$825x - 8250$  forme développée

$(x - 25)(3x + 8)(8x - 1)$  forme factorisée

$4x^2 + 8x + 4$  forme développée

$24m^2 - 30m$  forme développée

$(2x - 4)^2$  forme factorisée

$\frac{2}{7}\left(\frac{5}{3}x + \frac{5}{11}\right)$  forme factorisée

$a^2 + 2a + 7$  forme développée

$(3x + 2)(4x - 5)$  forme factorisée

$a(a + 2) + 2a$  forme développée

**Exercice n°9 : Développer en utilisant la distributivité.**

$$8(3x + 2) = 8 \times 3x + 8 \times 2 = 24x + 16$$

$$7(4x - 1) = 7 \times 4x - 7 \times 1 = 28x - 7$$

$$9(u - v) = 9 \times u - 9 \times v = 9u - 9v$$

$$9x(2y + 7) = 9x \times 2y + 9x \times 7 = 18xy + 63x$$

$$x(3x + 2) = x \times 3x + x \times 2 = 3x^2 + 2x$$

$$5(y - 6) = 5 \times y - 5 \times 6 = 5y - 30$$

$$12(10a + 12b) = 12 \times 10a + 12 \times 12b = 120a + 144b$$

$$4(2x + 3) = 4 \times 2x + 4 \times 3 = 8x + 12$$

**Exercice n°10 : REDUIRE une somme**

$$8x + 12x = 20x$$

$$4a - 2 =$$

$$5x + 4x - 2x = 7x$$

$$5x + 2y =$$

$$8x - 2x = 6x$$

$$25x - 15x - 5x = 5x$$

$$3x + 2x = 5x$$

$$2x + 3 =$$

$$4x + x + 5y = 5x + 5y$$

$$2x + 3 + 8x + 4 = 10x + 7$$

**Attention à ne pas confondre sommes et produits de puissances de x**

Somme	Produit
$2x + 7 =$	$2x \times 7 = 14x$
$x + x = 2x$	$x \times x = x^2$
$x + 3x = 4x$	$x \times 3x = 3x^2$
$2x + 3x = 5x$	$2x \times 3x = 6x^2$
$2x + 3x^2 =$	$2x \times 3x^2 = 6x^3$
$2x + 3y =$	$2x \times 3y = 6xy$

**Exercice n°11 : Développer et réduire les expressions suivantes :**

$$A = 3(x + 5) - 4(x - 2)$$

$$A = 3x + 15 - 4x + 8$$

$$A = 23 - x$$

$$B = 4(2x - 7) + 2(5 - 4x)$$

$$B = 8x - 28 + 10 - 8x$$

$$B = -18$$

$$C = (2x + 1) + 10(5 + 3x)$$

$$C = 2x + 1 + 50 + 30x$$

$$C = 51 + 32x$$

$$D = 2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{12}\right)$$

$$D = x + \frac{1}{2} + 2x - \frac{1}{2}$$

$$D = 3x$$

$$E = 2(a + 3) - 5(b - 4)$$

$$E = 2a + 6 - 5b + 20$$

$$E = 26 + 2a - 5b$$

$$F = -3(3 - a) - 4(3 - b)$$

$$F = -9 + 3a - 12 + 4b$$

$$F = -21 + 3a + 4b$$

$$G = 9(4 - a + b) - 3(5 - 3a + 3b)$$

$$G = 36 - 9a + 9b - 15 + 9a - 9b$$

$$G = 21$$

$$H = (2a - 3) - 2(-5 - b)$$

$$H = 2a - 3 + 10 + 2b$$

$$H = 7 + 2a + 2b$$

$$I = a(a - 2) - a(3 + a)$$

$$I = a^2 - 2a - 3a - a^2$$

$$I = -5a$$

$$J = a(b - a) + b(a + b)$$

$$J = ab - a^2 + ab + b^2$$

$$J = 2ab - a^2 + b^2$$

**Exercice n°12 :** Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 11 + 2(x + 1) + 3x$$

$$A = 11 + 2x + 2 + 3x$$

$$A = 5x + 13$$

$$B = 7y + 3(6 - y) + 2$$

$$B = 7y + 18 - 3y + 2$$

$$B = 4y + 20$$

$$C = 2(5 + 2x) + 3(x - 4)$$

$$C = 10 + 4x + 3x - 12$$

$$C = 7x - 2$$

$$D = -5(2y + 7) + 4(7 + 3y)$$

$$D = -10y - 35 + 28 + 12y$$

$$D = 2y - 7$$

$$E = 6 - 4(3x + 8)$$

$$E = 6 - 12x - 32$$

$$E = -12x - 26$$

$$F = -3y + 3(5y + 6) + 2y$$

$$F = -3y + 15y + 18 + 2y$$

$$F = 14y + 18$$

$$G = -2x - 7(3x + 5) + 1$$

$$G = -2x - 21x - 35 + 1$$

$$G = -23x - 34$$

$$H = -3(y + 4) - 2(4 - 2y)$$

$$H = -3y - 12 - 8 + 4y$$

$$H = y - 20$$

**ACTIVITE 2 : Parenthèses précédées du signe plus ou du signe moins**

**A . Découvertes**

1. Complète les quatre tableaux ci-dessous :

a	b	c	b + c	a + (b + c)	a + b + c
2	3	4	7	9	9
4	2	-3	-1	3	3
-3	-4	2	-2	-5	-5

a	b	c	b - c	a + (b - c)	a + b - c
2	3	4	-1	1	1
4	2	-3	5	9	9
-3	-4	2	-6	-9	-9

a	b	c	b + c	a - (b + c)	a - b - c
2	3	4	7	-5	-5
4	2	-3	-1	5	5
-3	-4	2	-2	-1	-1

a	b	c	b - c	a - (b - c)	a - b + c
2	3	4	-1	3	3
4	2	-3	5	-1	-1
-3	-4	2	-6	3	3

2. En observant les résultats obtenus dans les tableaux précédents, complète les deux égalités suivantes.

Pour tout nombre relatif a , b et c :

$$a + ( b + c ) = a + b + c$$

$$a - ( b + c ) = a - b - c$$

$$a + ( b - c ) = a + b - c$$

$$a - ( b - c ) = a - b + c$$

### Exercice n°13 :

$$A = -1 + (4x + 5x) + (2 - x) = -1 + 4x + 5x + 2 - x = 8x + 1$$

$$B = (3 + 4x) - (-3 - 3x) = 3 + 4x + 3 + 3x = 7x + 6$$

$$C = 3 - (x + y) + (2x - 3y) = 3 - x - y + 2x - 3y = x - 4y + 3$$

$$D = -4 + (3 - 6z) - (3 + t) = -4 + 3 - 6z - 3 - t = -6z - t - 4$$

$$E = (6 + y) - (3 - 10y) = 6 + y - 3 + 10y = 11y + 3$$

### Exercice n°14 :

$$A = (2x + 7) + (3x - 6) = 2x + 7 + 3x - 6 = 5x + 1$$

$$B = (3 - 5x) - (-3 + 6y) = 3 - 5x + 3 - 6y = -5x - 6y + 6$$

$$C = -2 + (5 - y) + (-3 + 6y) = -2 + 5 - y - 3 + 6y = 5y$$

$$D = 6 + (7a - 6) - (1 + 7a) - 1 = 6 + 7a - 6 - 1 - 7a - 1 = -2$$

### Exercice n°15 :

$$A = (x^2 + 5x - 3) + (x^2 - x + 7) = x^2 + 5x - 3 + x^2 - x + 7 = 2x^2 + 4x + 4$$

$$B = (3x^2 - 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1) = 3x^2 - 4x - 3 - x^2 + 2x - 1 = 2x^2 - 2x - 4$$

$$C = -(x^2 + 6x - 3) + (x^2 + 2x + 1) = -x^2 - 6x + 3 + x^2 + 2x + 1 = -4x + 4$$

$$D = -(x^2 - 3x + 1) - (x^2 + 5x - 3) = -x^2 + 3x - 1 - x^2 - 5x + 3 = -2x^2 - 2x + 2$$