



# THEME 3 : EGALITES - EQUATIONS(2) RESOUDRE UNE EQUATION

## ACTIVITE 1: « Egalités et opérations : quelles sont les règles ? »

1.

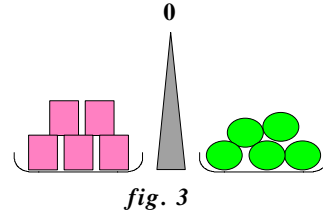
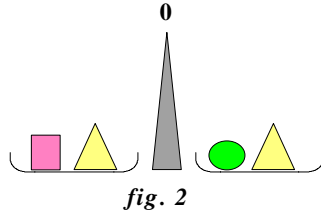
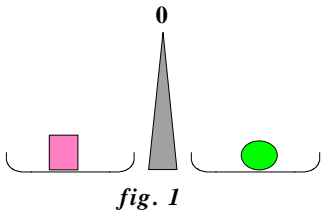


fig.2 : On ne change pas l'égalité lorsque l'on ajoute un même objet sur chacun des deux plateaux.

fig.3 : On ne change pas l'égalité lorsque l'on multiplie chaque objet par un même nombre

2.

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } a + c = b + c$$

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } a \times c = b \times c$$

De même, on a :

$$\text{Si } a = b, \text{ alors } a - c = b - c$$

$$\text{Si } a = b \text{ et } c \neq 0 \text{ alors } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

Exercice n°1 : Parmi les énoncé suivants, lesquels sont vrais, quel que soit le nombre  $x$  ? Justifier.

a) Si  $4x + 5 = 2x + 6$  alors  $4x = 2x + 1$

Si on soustrait 5 au deux membres de l'égalité, on a :  $4x + 5 - 5 = 2x + 6 - 5$   
 $4x = 2x + 1$

L'énoncé est donc vrai.

b) Si  $4x - 7 = 2x + 11$  alors  $4x = 2x + 18$

Si on ajoute 7 au deux membres de l'égalité, on a :  $4x - 7 + 7 = 2x + 11 + 7$   
 $4x = 2x + 18$

L'énoncé est donc vrai.

c) Si  $5x - 1 = 3x + 2$  alors  $2x - 1 = 2$

Si on soustrait  $3x$  au deux membres de l'égalité, on a :  $5x - 1 - 3x = 3x + 2 - 3x$   
 $2x - 1 = 2$

L'énoncé est donc vrai.

d) Si  $6x + 11 = -2x + 5$  alors  $8x + 11 = 5$

Si on ajoute  $2x$  au deux membres de l'égalité, on a :  $6x + 11 + 2x = -2x + 5 + 2x$   
 $8x + 11 = 5$

L'énoncé est donc vrai.

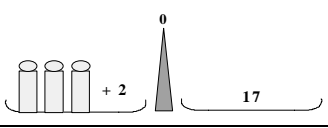
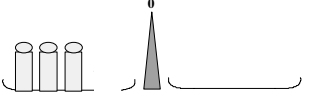
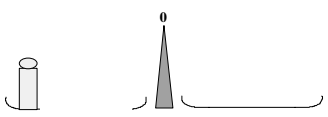
### Exercice n° 2:

- a) Si  $a - 3 = 2$  alors  $a = 5$  ; b) Si  $b + 3 = 2$  alors  $b = -1$  ; c) Si  $3x = 2$  alors  $x = 2/3$   
d) Si  $\frac{y}{5} = 2$  alors  $y = 10$  ; e) Si  $a + 3 = -5$  alors  $a = -8$  ; f) Si  $-4x = -8$  alors  $x = 2$

### Exercice n° 3 :

- a) Si  $2a - 9 = 0$  alors  $2a = 9$  donc  $a = 4,5$  ; b) Si  $3x + 9 = 0$  alors  $3x = -9$  donc  $x = -3$   
c) Si  $-9 + 4x = 0$  alors  $4x = 9$  donc  $x = 2,25$  ; d) Si  $9 - 5x = 0$  alors  $5x = 9$  donc  $x = 1,8$

### ACTIVITE 2 : « Méthode pour résoudre une équation »

Dessin	Egalité illustrant la situation
	$3m + 2 = 17$ <span style="float: right;">A</span>
	$3m = 15$ <span style="float: right;">B</span>
	$m = 5$ <span style="float: right;">C</span>

- de la case A à la case B : Lorsqu'on ajoute ou lorsqu'on soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

- de la case B à la case C : Lorsqu'on multiplie ou lorsqu'on divise par un même nombre ( différent de 0 ) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Vérification :  $3m + 2 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

### Exercice n° 4 :

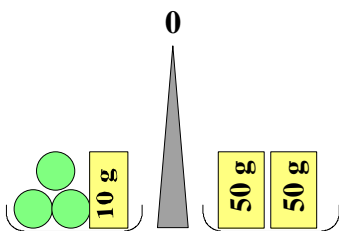


fig. 1

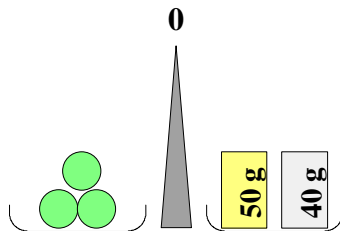


fig. 2

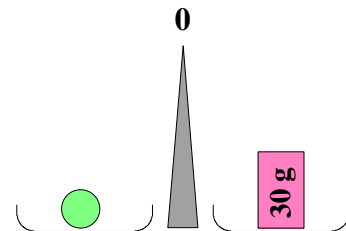


fig. 3

On désigne par  $x$  la masse, en gramme, de chacune des boules.

- l'équilibre de la figure 1 :  $3x + 10 = 100$

- l'équilibre de la figure 2 :  $3x = 90$

- l'équilibre de la figure 3 :  $x = 30$

### ACTIVITE 3: « Réaction »

#### A - Résoudre une équation du type $a + x = b$

$$\begin{aligned}x - 28 &= 47 \\x - 28 + 28 &= 47 + 28 \\x &= 75\end{aligned}$$

$$(75 - 28 = 47)$$

$$\begin{aligned}y + 6 &= 10 \\y + 6 - 6 &= 10 - 6 \\y &= 4\end{aligned}$$

$$(4 + 6 = 10)$$

$$\begin{aligned}a - 17 &= -46 \\a - 17 + 17 &= -46 + 17 \\a &= -29\end{aligned}$$

$$(-29 - 17 = -46)$$

#### B - Résoudre une équation du type $a \times x = b$

$$\begin{aligned}5 \times x &= 6 \\ \frac{1}{5} \times 5 \times x &= \frac{1}{5} \times 6 \\x &= 1,2\end{aligned}$$

$$(5 \times 1,2 = 6)$$

$$\begin{aligned}8 \times a &= 5,6 \\ \frac{1}{8} \times 8 \times a &= \frac{1}{8} \times 5,6 \\a &= 0,7\end{aligned}$$

$$(8 \times 0,7 = 5,6)$$

$$\begin{aligned}4 \times z &= 0,12 \\ \frac{1}{4} \times 4 \times z &= \frac{1}{4} \times 0,12 \\z &= 0,03\end{aligned}$$

$$(4 \times 0,03 = 0,12)$$

2°)

$$\begin{aligned}\frac{x}{7} &= 4,5 \\ 7 \times \frac{x}{7} &= 4,5 \times 7 \\x &= 31,5\end{aligned}$$

$$\left(\frac{31,5}{7} = 4,5\right)$$

$$\begin{aligned}\frac{y}{18,56} &= -3 \\ 18,56 \times \frac{y}{18,56} &= -3 \times 18,56 \\y &= -55,68\end{aligned}$$

$$\left(\frac{-55,68}{18,56} = -3\right)$$

$$\begin{aligned}\frac{z}{15} &= 15 \\ 15 \times \frac{z}{15} &= 15 \times 15 \\z &= 225\end{aligned}$$

$$\left(\frac{225}{15} = 15\right)$$

#### C - Résoudre l'équation : $5x - 11 = x - 3$

$$\begin{aligned}5x - 11 &= x - 3 \\ 5x - 11 - x &= x - 3 - x \\ 4x - 11 &= -3 \\ 4x - 11 + 11 &= -3 + 11 \\ 4x &= 8 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{8}{4} \\x &= 2\end{aligned}$$

$$\text{Vérification : } 5 \times 2 - 11 = 10 - 11 = -1 \quad \text{et} \quad 2 - 3 = -1$$

**Exercice n°5 :** a) Pour chacune des équations suivantes, précisez si 7 est solution.

①  $2x + 7 = 3x$

On a :  $2 \times 7 + 7 = 14 + 7 = 21$  et  $3 \times 7 = 21$

Donc 7 est solution de l'équation  $2x + 7 = 3x$

②  $5x - 7 = 10x - 3$

On a :  $5 \times 7 - 7 = 35 - 7 = 28$  et  $10 \times 7 - 3 = 70 - 3 = 67$

Donc 7 n'est pas solution de l'équation  $5x - 7 = 10x - 3$

③  $4(x - 3) = -12 - x$

On a :  $4(7 - 3) = 4 \times 4 = 16$  et  $-12 - 7 = -19$

Donc 7 n'est pas solution de l'équation  $4(x - 3) = -12 - x$

b) Même question avec 0

①  $2x + 7 = 3x$

On a :  $2 \times 0 + 7 = 0 + 7 = 7$  et  $3 \times 0 = 0$

Donc 0 n'est pas solution de l'équation  $2x + 7 = 3x$

②  $5x - 7 = 10x - 3$

On a :  $5 \times 0 - 7 = 0 - 7 = -7$  et  $10 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$

Donc 0 n'est pas solution de l'équation  $5x - 7 = 10x - 3$

③  $4(x - 3) = -12 - x$

On a :  $4(0 - 3) = 4 \times (-3) = -12$  et  $-12 - 0 = -12$

Donc 0 est solution de l'équation  $4(x - 3) = -12 - x$

**Exercice n°6 :** 1. Trouve une équation qui a 5 comme solution.

$3x + 7 = x + 17$

On a :  $3 \times 5 + 7 = 15 + 7 = 22$  et  $5 + 17 = 22$

Donc 5 est solution de l'équation  $3x + 7 = x + 17$

2. Trouve une équation qui a 0 comme solution.

$8x + 10 = 5(2 - x)$

On a :  $8 \times 0 + 10 = 0 + 10 = 10$  et  $5(2 - 0) = 5 \times 2 = 10$

Donc 0 est solution de l'équation  $8x + 10 = 5(2 - x)$

**Exercice n°7 :**

$7x = 13$ $\frac{1}{7} \times 7x = \frac{1}{7} \times 13$ $x = \frac{13}{7}$ $(7 \times \frac{13}{7} = \frac{7 \times 13}{7} = 13)$	$x - 3 = 12$ $x - 3 + 3 = 12 + 3$ $x = 15$ $(15 - 3 = 12)$	$\frac{x}{3} = 5$ $3 \times \frac{x}{3} = 5 \times 3$ $x = 15$ $(\frac{15}{3} = 5)$
$3x + 10 = 28$ $3x + 10 - 10 = 28 - 10$ $3x = 18$ $\frac{1}{3} \times 3x = 18 \times \frac{1}{3}$ $x = 6$ $(3 \times 6 + 10 = 18 + 10 = 28)$	$7 + 4x = 11$ $7 - 7 + 4x = 11 - 7$ $4x = 4$ $\left(\frac{1}{4}\right) \times 4x = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)$ $x = 1$ $(7 + 4 \times 1 = 7 + 4 = 11)$	$9 = 2x + 7$ $9 - 2x = 2x + 7 - 2x$ $9 - 2x = 7$ $9 - 9 - 2x = 7 - 9$ $-2x = -2$ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2)x = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ $x = 1$ $(2 \times 1 + 7 = 2 + 7 = 9)$

**Exercice n°8:**

$$4x + 7 = 2x + 16$$

$$4x + 7 - 2x = 2x + 16 - 2x$$

$$2x + 7 = 16$$

$$2x + 7 - 7 = 16 - 7$$

$$2x = 9$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = 9 \times \frac{1}{2}$$

$$x = 4,5$$

$$x - 2 = 10 - 5x$$

$$x - 2 + 5x = 10 + 5x - 5x$$

$$4x - 2 = 10$$

$$4x - 2 + 2 = 10 + 2$$

$$4x = 12$$

$$\frac{1}{4} \times 4x = 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 3$$

$$-3x - 8 = -7x - 4$$

$$-3x + 7x - 8 + 8 = -7x + 7x - 4 + 8$$

$$4x = 4$$

$$\frac{1}{4} \times 4x = 4 \times \frac{1}{4}$$

$$x = 1$$

$$2t + 5 = 5t + 12$$

$$2t - 5t + 5 - 5 = 5t - 5t + 12 - 5$$

$$-3t = 7$$

$$-\frac{1}{3} \times (-3t) = 7 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$t = -\frac{7}{3}$$

$$7x - 6 = 6x + 3$$

$$7x - 6x - 6 + 6 = 6x - 6x + 3 + 6$$

$$x = 9$$

$$7x - 5 = 3x + 2$$

$$7x - 5 - 3x = 3x + 2 - 3x$$

$$4x - 5 = 2$$

$$4x - 5 + 5 = 2 + 5$$

$$4x = 7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

$$15x + 8 - 7x = 2 - 4x + 10$$

$$8x + 8 = -4x + 12$$

$$8x + 8 + 4x = -4x + 12 + 4x$$

$$12x + 8 = 12$$

$$12x + 8 - 8 = 12 - 8$$

$$12x = 4$$

$$x = \frac{4}{12}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

### ACTIVITE 4 : Produit « en croix »

1) Dans chacun des cas suivants, les fractions sont-elles égales ?

$\frac{3}{4}$  et  $\frac{9}{12}$     On a :  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ . Donc les deux fractions sont égales

$\frac{4}{5}$  et  $\frac{2}{3}$     On a :  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$  et  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ . Comme  $12 \neq 10$ , les fractions ne sont pas égales

$\frac{36}{20}$  et  $\frac{18}{10}$     On a :  $\frac{18}{10} = \frac{18 \times 2}{10 \times 2} = \frac{36}{20}$ . Donc les fractions sont égales.

2) Pour chacun des cas de la question 1), écris et effectue les produits « en croix » associés aux deux fractions

Exemple : Pour les fractions  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{9}{12}$ , les produits « en croix » sont :  $3 \times 12$  et  $4 \times 9$

$\frac{3}{4}$  et  $\frac{9}{12}$      $3 \times 12 = 36$     et     $4 \times 9 = 36$

$\frac{4}{5}$  et  $\frac{2}{3}$      $4 \times 3 = 12$     et     $5 \times 2 = 10$

$\frac{36}{20}$  et  $\frac{18}{10}$      $20 \times 18 = 360$     et     $36 \times 10 = 360$

3) Complète la propriété du produit « en croix » :

Quels que soient les nombres  $a, b, c$  et  $d$  ( $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ ), si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors  $a \times d = b \times c$

Quels que soient les nombres  $a, b, c$  et  $d$  ( $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ ), si  $a \times d = b \times c$  alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

4) Résolution de l'équation  $\frac{7x}{2} = \frac{8}{3}$

① On applique la règle du produit « en croix »

$$7x \times 3 = 2 \times 8$$

② On résout l'équation

$$21x = 16$$

$$\frac{21x}{21} = \frac{16}{21}$$

$$x = \frac{16}{21}$$

③ On conclut La solution de l'équation est  $\frac{16}{21}$

Exercice n°9 : Résous les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{x}{2} &= \frac{4}{3} \\ x \times 3 &= 2 \times 4 \\ 3x &= 8 \\ x &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{3x}{5} &= \frac{4}{7} \\ 3x \times 7 &= 5 \times 4 \\ 21x &= 20 \\ x &= \frac{20}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{5a}{4} &= \frac{3}{2} \\ 5a \times 2 &= 3 \times 4 \\ 10a &= 12 \\ a &= \frac{12}{10} \\ a &= 1,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} &= \frac{5}{6} \\ \frac{3}{2}x &= \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \\ \frac{3x}{2} &= \frac{5}{6} + \frac{3}{6} \\ \frac{3x}{2} &= \frac{8}{6} \\ 3x \times 6 &= 8 \times 2 \\ 18x &= 16 \\ x &= \frac{16}{18} \\ x &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{5}{2}x &= \frac{5}{4}x + \frac{4}{3} \\ \frac{5}{2}x - \frac{5}{4}x &= \frac{4}{3} \\ \frac{10}{4}x - \frac{5}{4}x &= \frac{4}{3} \\ \frac{5x}{4} &= \frac{4}{3} \\ 5x \times 3 &= 4 \times 4 \\ 15x &= 16 \\ x &= \frac{16}{15} \end{aligned}$$

## **ACTIVITE 4 : Mise en équation et résolution**

### **Partie A : Mots ou expressions**

#### **1°) Traduction des expressions : « de moins » , « de plus » , « fois moins » , « fois plus »**

Soit  $p$  le prix en euros d'un mètre de tergal

- Un mètre de viscose coûte 2 euros de moins que 1 mètre de tergal. Quel est le prix de 1 mètre de viscose ?

Le prix de 1 mètre de viscose est :  $p - 2$

- Un mètre de coton coûte 2 fois moins que 1 mètre de tergal. Quel est le prix de 1 mètre de coton ?

Le prix de 1 mètre de coton est :  $p / 2$

- Un mètre de lin coûte 2 euros de plus que 1 mètre de tergal. Quel est le prix de 1 mètre de lin ?

Le prix de 1 mètre de lin est :  $p + 2$

- Un mètre de soie coûte 2 fois plus que 1 mètre de tergal. Quel est le prix de 1 mètre de soie ?

Le prix de 1 mètre de soie est :  $2p$

- Un mètre d'organdi coûte 2 euros de plus que 1 mètre de soie. Quel est le prix de 1 mètre d'organdi ?

Le prix de 1 mètre d'organdi est :  $2p + 2$

**Bilan :** complète par l'un des mots suivants : Division – multiplication – soustraction – addition.

« de moins » ou « en moins » ou « diminue de » se traduisent par une **soustraction**

« fois moins » se traduit par une **division**

« de plus » ou « en plus » ou « augmente de » se traduisent par une **addition**

« fois plus » se traduit par une **multiplication**

## 2°) Traduction des mots « double », « moitié », « total », « triple », « tiers », « consécutifs »

Soit  $f$  le nombre de femmes dans un groupe.

- Si le nombre de femmes est le double de celui des hommes, quel est le nombre d'hommes ?

Le nombre d'hommes est :  $f / 2$

- Si l'effectif total est 125, quel est le nombre d'hommes ?

Le nombre d'hommes est :  $125 - f$

- Si le tiers des femmes parle anglais, quel est le nombre de femmes parlant anglais ?

Le nombre de femmes parlant l'anglais est :  $f / 3$

- Ecrire 3 nombres entiers consécutifs,  $x$  étant le plus petit :  $x$  ;  $(x + 1)$  ;  $(x + 2)$

## 3°) Application .

- Un litre d'essence coûte  $x$  euros. Quel est le prix de 8 litres d'essence ?  $8x$

Le litre de gas-oil coûte 0,3 euros de moins que le litre d'essence. Quel est le prix de 1 litre de gas-oil ?  $x - 0,3$

- 1 litre d'essence coûte 1,1 euros. Quel est le prix de  $y$  litres d'essence ?  $1,1 y$

- 6 litres d'essence coûtent  $t$  euros. Quel est le prix de 1 litre d'essence ?  $t / 6$

quel est le prix de 5 litres d'essence ?  $5t / 6$

- Soit  $c$  la consommation de gaz de Monsieur Lebel, en  $m^3$ , au moins de novembre. En décembre sa consommation triple. En janvier, il consomme  $50 m^3$  de moins qu'en novembre. Quelle est sa consommation en Janvier ?  $3c - 50$

- Soit  $c$  la consommation de gaz de Monsieur Dupont, en  $m^3$ , au mois de novembre. En décembre, il consomme  $50 m^3$  de moins qu'en novembre. En janvier, sa consommation est le triple de celle de décembre. Quelle est sa consommation en janvier ?  $3(c - 50)$

- Ecrire 4 nombres entiers consécutifs,  $y$  étant le plus grand.  $(y - 4)$  ;  $(y - 3)$  ;  $(y - 2)$  ;  $(y - 1)$  ;  $y$

## PARTIE B : Résoudre un problème en le mettant en équation

**Choix de l'inconnue :** On note  $t$  le nombre de tripodus

### Mise en équation :

Combien y a-t-il d'animaux ? : 80 animaux

Exprime en fonction de  $t$  le nombre de quadripodus :  $80 - t$

Exprime en fonction de  $t$  le nombre de pattes pour  $t$  tripodus :  $3 \times t$

Exprime en fonction de  $t$  le nombre de pattes pour  $(80 - t)$  quadripodus :  $4 \times (80 - t)$

Au total le nombre de pattes en fonction de  $t$  est :  $3 \times t + 4(80 - t)$

Ecrire une égalité sachant qu'il y a 295 pattes :  $3 \times t + 4(80 - t) = 295$

### Résolution de l'équation :

$$3t + 4(80 - t) = 295$$

$$3t + 320 - 4t = 295$$

$$-t = 295 - 320$$

$$t = 25$$

### Vérification :

Le nombre de tripodus est : 25

Le nombre de quadripodus est :  $80 - 25 = 55$

Le nombre de pattes sur 25 tripodus est :  $3 \times 25 = 75$  (pattes)

Le nombre de pattes sur 55 quadripodus est :  $4 \times 55 = 220$  (pattes)

Au total, le nombre de pattes est :  $75 + 220 = 295$

**Conclusion :** On compte 25 tripodus et 55 quadripodus.

## Exercice n°10 :

Soit  $x$  la note du 5<sup>ème</sup> contrôle

$$\text{On a : } \frac{6+16+12+13+x}{5} = 13$$

$$\begin{aligned}\text{Soit : } 50+x &= 65 \\ x &= 65-50 \\ x &= 15\end{aligned}$$

Conclusion : **La note au 5<sup>ème</sup> contrôle est 15 / 20**

### Exercice n°11 :

Soit  $x$  le plus petit entier

$$\text{On a : } x+(x+1)+(x+2) = 2160$$

$$\begin{aligned}\text{Soit : } 3x+3 &= 2160 \\ 3x &= 2157 \\ x &= \frac{2157}{3} \\ x &= 719\end{aligned}$$

Conclusion : **Les trois nombres entiers consécutifs sont : 719 ; 720 ; 721**

### Exercice n°12 :

Soit  $x$  la largeur du rectangle

La longueur mesure  $2x$

$$\text{On a : } 2 \times 2x + 2 \times x = 18$$

$$\begin{aligned}\text{Soit : } 4x+2x &= 18 \\ 6x &= 18 \\ x &= 3\end{aligned}$$

Conclusion : **Les dimensions du rectangle sont 3 et 6**

### Exercice n°13 :

Soit  $x$  le nombre

$$\text{On a : } (-3) \times x + 15 = 6^2$$

$$\begin{aligned}\text{Soit : } -3x+15 &= 36 \\ -3x &= 21 \\ x &= -7\end{aligned}$$

Conclusion : **Le nombre que pensait Gwladys est - 7**

### Exercice n°14 :

Soit  $x$  le prix d'une bande dessinée.

On a :  $4x + 1 = 5 + 20$

Soit :  $4x + 1 = 25$

$$4x = 24$$

$$x = 6$$

Conclusion : **Le prix d'une bande dessinée est 6 €**

### Exercice n°15 :

Soit  $x$  l'âge de Axel

On a :  $x + (x + 8) + (x + 8 + 2) = 75$

Soit :  $3x + 18 = 75$

$$3x = 57$$

$$x = 19$$

Conclusion : **Axel a 19 ans, Régis a 27 ans ( 19 + 8) et Marc a 29 ans ( 27 + 2)**

### Exercice n°16 :

Soit  $x$  la somme gagnée par Donia

On a :  $x + (x + 20) + (x - 10) = 190$

Soit :  $3x + 10 = 190$

$$3x = 180$$

$$x = 60$$

Conclusion : **Donia a gagné 60 €, Sandrine a gagné 80 € ( 60 + 20) et Benjamin a gagné 52 € ( 60 - 10).**