

# Thème N°15 :

# ORDRE

\*\*\*\*\*

## ACTIVITE 1 : ORDRE ET DIFFERENCE

### A- De la comparaison au signe de la différence

a) Le premier janvier, on a noté la température  $t_1$  relevée à 8h et la température  $t_2$  relevée à 12h dans quelques villes d'Europe.

Complète le tableau : Pour chaque ville,

- indique si la température à 12h est inférieure à celle de 8h ou si elle est supérieure à celle de 8h ;
- calcule la différence  $t_2 - t_1$ .

	8h : $t_1$ (°C)	12h : $t_2$ (°C)	Comparaison	$t_2 - t_1$
Lisbonne	9	13	$t_2 > t_1$	4
Londres	6	10	$t_2 > t_1$	4
Paris	3	1	$t_2 < t_1$	-2
Strasbourg	5	-1	$t_2 < t_1$	-6
Hambourg	2	-3	$t_2 < t_1$	-5
Moscou	-8	-6	$t_2 > t_1$	2

b) Quel est le signe de  $t_2 - t_1$  lorsque  $t_2 > t_1$  ? : **positif** ; lorsque  $t_2 < t_1$  ? : **négatif**

Complète :

- |  |
|--|
| ① Si $t_2 > t_1$ , alors $t_2 - t_1 > 0$       |
| ② Si $t_2 < t_1$ , alors $t_2 - t_1 < 0$       |
| ③ Si $t_2 \geq t_1$ , alors $t_2 - t_1 \geq 0$ |
| ④ Si $t_2 \leq t_1$ , alors $t_2 - t_1 \leq 0$ |

### B - Du signe de la différence à la comparaison

a) A Rome, le 1<sup>er</sup> janvier, de 8h à 12h, la température s'est élevée de 6°C.

- On note  $t_1$  la température à 8h et  $t_2$  la température à 12h, en °C.
- Complète avec un nombre relatif :  $t_2 = t_1 + 6$  ;  $t_2 - t_1 = 6$
- Compare  $t_2$  et  $t_1$  :  $t_2 > t_1$ .

b) Reprendre la question a) , avec la ville de Genève où la température de 8h à 12h a baissé de 3°C.

$t_2 = t_1 - 3$  ;  $t_2 - t_1 = -3$  ;  $t_2 < t_1$

Complète :

- |  |
|--|
| ① Si $t_2 - t_1 > 0$ , alors $t_2 > t_1$       |
| ② Si $t_2 - t_1 < 0$ , alors $t_2 < t_1$       |
| ③ Si $t_2 - t_1 \geq 0$ , alors $t_2 \geq t_1$ |
| ④ Si $t_2 - t_1 \leq 0$ , alors $t_2 \leq t_1$ |

d) Dans chacun des cas, on donne la différence  $a - b$ , compare  $a$  et  $b$ .

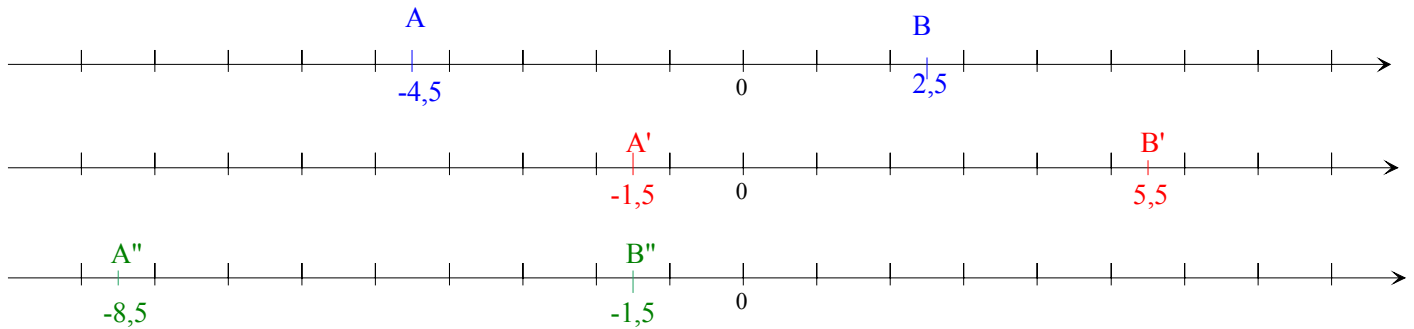
$a - b = -8$  alors  $a < b$  ;  $a - b = 5$ , alors  $a > b$  ;  $a - b = 0$ , alors  $a = b$ .

Faire les exercices 1, 2, 3 et 4

## ACTIVITE 2 : ORDRE ET OPERATIONS

### A - Ordre et addition : on observe

- a) \* Sur l'axe ①, place les points A et B d'abscisses respectives :  $a = -4,5$  et  $b = 2,5$ .  
\* Sur l'axe ②, place les points A' et B' d'abscisses respectives :  $a' = a + 3$  et  $b' = b + 3$ .  
\* Sur l'axe ③, place les points A'' et B'' d'abscisses respectives :  $a'' = a - 4$  et  $b'' = b - 4$ .



- b) Observe les schémas du a) et complète les inégalités :
- $$a < b$$
- $$a + 3 < b + 3$$
- $$a - 4 < b - 4$$

Qu'observes tu pour le sens de ces inégalités ? : **Le sens de l'inégalité ne change pas**

### B - Ordre et addition : on démontre

On veut démontrer que si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres relatifs, les nombres  $a + c$  et  $b + c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

- a) Ecris l'expression  $(a + c) - (b + c)$  sans parenthèses, puis réduire :

$$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$$

- b) On suppose que l'inégalité  $a < b$  est vraie.

Complète :

Par hypothèse  $a < b$ , donc  $a - b < 0$ .

Comme  $(a + c) - (b + c) = a - b$ , on en déduit que  $(a + c) - (b + c) < 0$ .

On peut donc écrire l'inégalité :  $a + c < b + c$ .

- c) Reprendre le raisonnement avec l'hypothèse  $a > b$  au lieu de  $a < b$  :

Par hypothèse  $a > b$ , donc  $a - b > 0$ .

Comme  $(a + c) - (b + c) = a - b$ , on en déduit que  $(a + c) - (b + c) > 0$ .

On peut donc écrire l'inégalité :  $a + c > b + c$ .

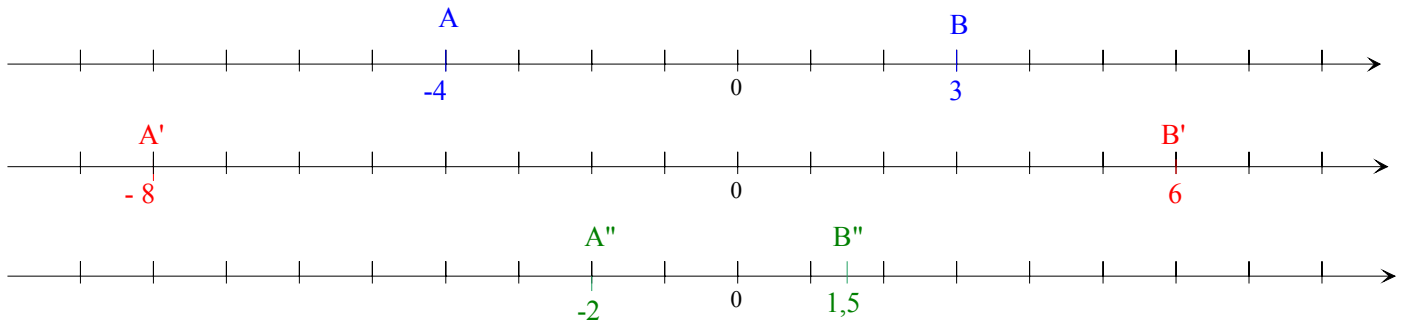
- d) **BILAN :**

Pour tous les nombres relatifs  $a$ ,  $b$  et  $c$ , les nombres  $a + c$  et  $b + c$  sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $b$ .

👉 Faire les exercices 5, 6, 7 et 8

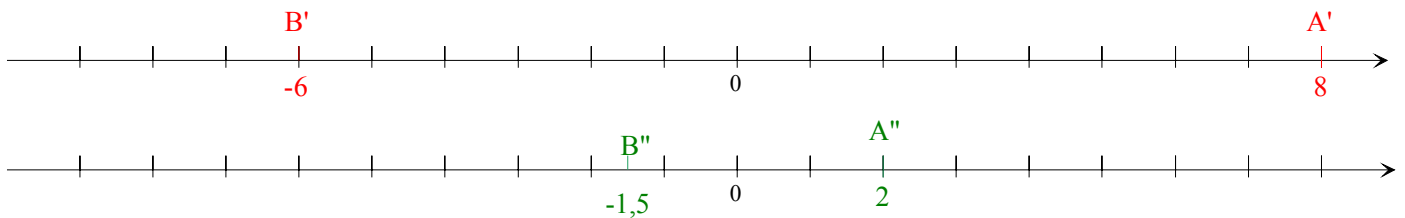
### C - Ordre et multiplication : on observe

- a) \* Sur l'axe ①, place les points A et B d'abscisses respectives :  $a = -4$  et  $b = 3$ .  
 \* Sur l'axe ②, place les points A' et B' d'abscisses respectives :  $a' = 2a$  et  $b' = 2b$ .  
 \* Sur l'axe ③, place les points A'' et B'' d'abscisses respectives :  $a'' = 0,5a$  et  $b'' = 0,5b$ .



- b) Complète les inégalités, puis compare leurs sens.
- $$a < b$$
- $$2a < 2b$$
- $$0,5a < 0,5b$$

- c) Reprendre les questions a) et b), en remplaçant 2 par -2 et 0,5 par -0,5 (c'est-à-dire :  $a' = -2a$  et  $b' = -2b \dots$ ).



$$a < b$$

$$-2a > -2b$$

$$-0,5a > -0,5b$$

Le sens d'une inégalité est-il conservé si on multiplie ses deux membres par un nombre négatif, non nul ? : **NON**

### D - Ordre et multiplication : on démontre

- a)  $a, b$  et  $c$  étant trois nombres relatifs, factoriser l'expression  $ac - bc$ .  $ac - bc = c(a - b)$
- b) Si  $a < b$  et  $c = 2$ .
- quel est le signe des différences  $a - b$  et  $2a - 2b$  ? :  $a - b$   
 $a - b < 0$ , comme  $2(a - b) < 0$  alors  $2a - 2b < 0$
  - Quelle inégalité peut-on écrire entre les nombres  $2a$  et  $2b$  ? :  $2a < 2b$ .
- c) Si  $a < b$  et  $c > 0$ .
- quel est le signe des différences  $a - b$  et  $ac - bc$  ? :  
 $a - b < 0$ , comme  $c(a - b) < 0$  alors  $ac - bc < 0$
  - Quelle inégalité peut-on écrire entre les nombres  $ac$  et  $bc$  ? :  $ac < bc$ .
- d) Si  $a < b$  et  $c = -2$ .
- quel est le signe des différences  $a - b$  et  $ac - bc$  ? :  
 $a - b < 0$ , comme  $-2(a - b) > 0$  alors  $-2a - 2b > 0$
  - les nombres  $-2a$  et  $-2b$  sont-ils dans le même ordre que  $a$  et  $b$  ? : **non**.

### e) BILAN

Pour tous les nombres relatifs  $a, b$  et  $c$ ,  
 Si  $c > 0$  alors les nombres  $ac$  et  $bc$  sont dans le **même ordre** que  $a$  et  $b$ .  
 Si  $c < 0$ , alors l'ordre n'est pas conservé.

👉 Faire les exercices 9 à 14

### ACTIVITE 3 : TRONCATURE , ARRONDI , ENCADREMENT.

#### A - Troncature - arrondi

Complète les tableaux suivants :

	<b>Troncature à l'unité</b>	<b>Arrondi à l'unité</b>
94,84	<b>94</b>	<b>95</b>
0,59	<b>0</b>	<b>1</b>
29,85	<b>29</b>	<b>30</b>
8,021	<b>8</b>	<b>8</b>

	<b>Troncature au dixième</b>	<b>Arrondi au dixième</b>
478,894	<b>478,8</b>	<b>478,9</b>
0,43	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>
9,857	<b>9,8</b>	<b>9,9</b>
198,751	<b>198,7</b>	<b>198,8</b>

	<b>Troncature au centième</b>	<b>Arrondi au centième</b>
779,786	<b>779,78</b>	<b>779,79</b>
0,259	<b>0,25</b>	<b>0,26</b>
89,751	<b>89,75</b>	<b>89,75</b>
543,899	<b>543,89</b>	<b>543,90</b>

#### B - Encadrement

1,666... est compris entre 1 et 2, on écrit généralement  $1 < 1,666... < 2$ .

On dit que l'on a « encadré » 1,666 entre 1 et 2. Il s'agit là d'un **encadrement à l'unité**.

On peut également proposer un encadrement de 1,666... **au dixième** :  $1,6 < 1,666... < 1,67$ .

De même un encadrement de 1,666... **au centième** :  $1,66 < 1,666... < 1,67$ .

Complète le tableau suivant :

	<b>Encadrement à l'unité</b>	<b>Encadrement au dixième</b>	<b>Encadrement au centième</b>
4,29	<b><math>4 &lt; 4,29 &lt; 5</math></b>	<b><math>4,2 &lt; 4,29 &lt; 4,3</math></b>	
3,178	<b><math>3 &lt; 3,178 &lt; 4</math></b>	<b><math>3,1 &lt; 3,178 &lt; 3,2</math></b>	<b><math>3,17 &lt; 3,178 &lt; 3,18</math></b>
0,248	<b><math>0 &lt; 0,248 &lt; 1</math></b>	<b><math>0,2 &lt; 0,248 &lt; 0,3</math></b>	<b><math>0,24 &lt; 0,248 &lt; 0,25</math></b>
$\frac{8}{7}$	<b><math>1 &lt; \frac{8}{7} &lt; 2</math></b>	<b><math>1,1 &lt; \frac{8}{7} &lt; 1,2</math></b>	<b><math>1,14 &lt; \frac{8}{7} &lt; 1,15</math></b>
$\frac{1}{6}$	<b><math>0 &lt; \frac{1}{6} &lt; 1</math></b>	<b><math>0,1 &lt; \frac{1}{6} &lt; 0,2</math></b>	<b><math>0,16 &lt; \frac{1}{6} &lt; 0,17</math></b>
$\frac{20}{3}$	<b><math>6 &lt; \frac{20}{3} &lt; 7</math></b>	<b><math>6,6 &lt; \frac{20}{3} &lt; 6,7</math></b>	<b><math>6,66 &lt; \frac{20}{3} &lt; 6,67</math></b>
- 3,848	<b><math>- 4 &lt; - 3,848 &lt; - 3</math></b>	<b><math>- 3,9 &lt; - 3,848 &lt; - 3,8</math></b>	<b><math>- 3,85 &lt; - 3,848 &lt; - 3,84</math></b>
- 9,771	<b><math>- 10 &lt; - 9,771 &lt; - 9</math></b>	<b><math>- 9,8 &lt; - 9,771 &lt; - 9,7</math></b>	<b><math>- 9,78 &lt; - 9,771 &lt; - 9,77</math></b>
$\pi$	<b><math>3 &lt; \pi &lt; 4</math></b>	<b><math>3,1 &lt; \pi &lt; 3,2</math></b>	<b><math>3,14 &lt; \pi &lt; 3,15</math></b>
$9\pi$	<b><math>28 &lt; 9\pi &lt; 29</math></b>	<b><math>28,2 &lt; 9\pi &lt; 28,3</math></b>	<b><math>28,27 &lt; 9\pi &lt; 28,28</math></b>

 **Faire les exercices 15 et 16**

**Exercice n°1 :** Complète le tableau ci-dessous. Sur chaque ligne, calcule a connaissant b et a - b.

a	b	inégalité	a - b
4	8	$a < b$	- 4
9	- 2	$a > b$	11
-12	- 7	$a < b$	- 5
6,5	4,5	$a > b$	2

**Exercice n°2 :** Dans chaque cas, calcule la différence a - b, puis complète les inégalités.

$$a = \frac{2}{5}; \quad b = \frac{3}{7} \quad a - b = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = \frac{14 - 15}{35} = -\frac{1}{35} \quad (a - b < 0) \quad ; \quad \frac{2}{5} < \frac{3}{7}$$

$$a = -\frac{3}{7}; \quad b = -\frac{5}{14} \quad a - b = -\frac{3}{7} + \frac{5}{14} = \frac{-6 + 5}{14} = -\frac{1}{14} \quad (a - b < 0) \quad ; \quad -\frac{3}{7} < -\frac{5}{14}$$

$$a = -\frac{11}{9}; \quad b = -\frac{4}{3} \quad a - b = -\frac{11}{9} + \frac{4}{3} = \frac{-11 + 12}{9} = \frac{1}{9} \quad (a - b > 0) \quad ; \quad -\frac{11}{9} > -\frac{4}{3}$$

**Exercice n°3 :** Soit  $A = 3x - 5$  ;  $B = 2x + 7$ .

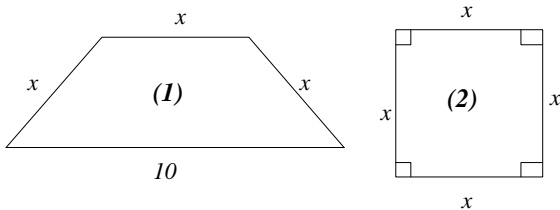
1 - Exprime A - B en fonction de x .  $A - B = 3x - 5 - 2x - 7 = x - 12$

2 - Calcule A - B pour  $x = 11,79$ , puis compare.  $A - B = -0,21$  donc  $A < B$

3 - Calcule A - B pour  $x = 12,53$ , puis compare.  $A - B = 0,53$  donc  $A > B$

**Exercice n°4 :** Comparaison de périmètres

L'unité de longueur est le mètre.



a) Exprime en fonction de x :

- le périmètre  $p_1$  de la surface (1) :  $p_1 = 3x + 10$

- le périmètre  $p_2$  de la surface (2) :  $p_2 = 4x$

- la différence :  $p_2 - p_1 = 4x - 3x - 10 = x - 10$

b) Calcule  $p_2 - p_1$ , puis compare  $p_2$  et  $p_1$  pour  $x = 12$  :  $p_2 - p_1 = 2$  soit  $p_2 > p_1$

Calcule  $p_2 - p_1$ , puis compare  $p_2$  et  $p_1$  pour  $x = 8$  :  $p_2 - p_1 = -2$  soit  $p_2 < p_1$

c) Pour quelles valeurs de x a-t-on  $p_2 > p_1$ ? :  $x - 10 > 0$  donc  $x > 10$

**Exercice n°5 :** Sans calcul, compare :

a)  $\pi+3$  et  $\pi+5$      $\pi+3 < \pi+5$

b)  $\sqrt{13}-15$  et  $\sqrt{13}-18$      $\sqrt{13}-15 > \sqrt{13}-18$

c)  $\frac{1}{7}+3$  et  $\frac{1}{7}+5$      $\frac{1}{7}+3 < \frac{1}{7}+5$

d)  $11-\frac{1}{3}$  et  $12,5-\frac{1}{3}$      $11-\frac{1}{3} < 12,5-\frac{1}{3}$

**Exercice n°6 :** 1°) Un nombre  $x$  est tel que :  $x \leq -5$ . Que peut-on en déduire pour les nombres :

$x+2$  ? :  $x+2 \leq -3$

$x-4$  ? :  $x-4 \leq -9$

$x+5$  ? :  $x+5 \leq 0$

2°) Un nombre  $y$  est tel que :  $y > 1,5$ . Que peut-on en déduire pour les nombres :

$y+0,5$  ? :  $y+0,5 > 2$

$y-3$  ? :  $y-3 > -1,5$

$y-1,5$  ? :  $y-1,5 > 0$

**Exercice n°7 :** Dans chaque cas, déduire de l'inégalité donnée, une inégalité du type  $x \leq \dots$  ou  $x \geq \dots$

$x+2 \leq 7$  :  $x \leq 5$

$x-4 \geq 11$  :  $x \geq 15$

**Exercice n°8 :** Dans chacun des cas suivants, déduire des inégalités données une inégalité vérifiée par  $x+y$ .

a.  $x \leq 2$      $y \leq 5$  :  $x+y \leq 7$

b.  $x > -4$      $y > 7$  :  $x+y > 3$

c.  $x < 2,5$      $y < -4$  :  $x+y < -1,5$

**Exercice n°9 :** Sans calcul, compare les nombres suivants :

$6\pi$  et  $5\pi$  :     $6\pi > 5\pi$     ;     $5 \times 3,78$  et  $5 \times 4,95$  :     $5 \times 3,78 < 5 \times 4,95$

$\frac{7}{3} \times 18,5$  et  $\frac{7}{3} \times 19,3$  :     $\frac{7}{3} \times 18,5 < \frac{7}{3} \times 19,3$     ;     $22\sqrt{5}$  et  $14\sqrt{5}$  :     $22\sqrt{5} > 14\sqrt{5}$

**Exercice n°10 :**  $x$  est un nombre inférieur à 5. Parmi les inégalités suivantes, lesquelles sont vraies ? Justifie.

$2x < 10$  :     $x < 5$     Vraie

$-2x < -10$  :     $x > 5$     Faux

$-3x > -15$  :     $x < 5$     Vraie

**Exercice n°11 :** 1°) Exprime en fonction de  $\pi$ ,

- le volume  $V_1$  d'un cylindre de rayon 7 cm et de hauteur 5 cm :  $V_1 = \pi \times 7^2 \times 5 = 245 \pi$

- le volume  $V_2$  d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 10 cm :  $V_2 = \pi \times 5^2 \times 10 = 250 \pi$

2°) Compare  $V_1$  et  $V_2$  :  $245 \pi < 250 \pi$  d'où :  $V_1 < V_2$

**Exercice n°12 :** 1°) Complète :  $5,75 < 7,24$  donc  $5,75 \times 10^{-8} > 7,24 \times 10^{-8}$

2°) De la même façon, compare :

$$-3,05 \times 10^{-12} \text{ et } -3,1 \times 10^{-12} \quad -3,05 \times 10^{-12} > -3,1 \times 10^{-12}$$

$$4,85 \times 10^{15} \text{ et } 0,52 \times 10^{16} \quad 4,85 \times 10^{15} = 0,485 \times 10^{16} \text{ d'où : } 4,85 \times 10^{15} < 0,52 \times 10^{16}$$

$$0,18 \times 10^{-6} \text{ et } 19,5 \times 10^{-8} \quad 19,5 \times 10^{-8} = 0,195 \times 10^{-6} \text{ d'où : } 0,18 \times 10^{-6} \text{ et } 19,5 \times 10^{-8}$$

**Exercice n°13 :** Un nombre  $x$  est tel que  $x \geq -3$ .

Que peut-on en déduire pour les nombres :  $4x$  ;  $5x - 1$  ;  $6x + 12$

$$4x \geq 12 \quad ; \quad 5x - 1 \geq -16 \quad ; \quad 6x + 12 \geq -6$$

**Exercice n°14 :** Un nombre  $x$  est tel que  $\frac{1}{3}x - 4 < 7$ . Que peut-on en déduire pour le nombre  $x$  :  $x < 33$

**Exercice n°15 :**  $c$  est un nombre tel que  $-2 \leq c < 5$ . En déduire un encadrement de  $3c - 4$  :  $-10 \leq 3c - 4 < 11$

**Exercice n°16 :** L'unité de longueur est le mètre. On mesure la longueur  $L$  et la largeur  $l$  d'un bureau rectangulaire :  $1,21 < L < 1,22$  et  $0,75 < l < 0,76$

1°) En déduire un encadrement de  $L + l$ , puis un encadrement du périmètre du bureau.

Encadrement de $L + l$	encadrement du périmètre du bureau
$1,21 + 0,75 < L + l < 1,22 + 0,76$	$1,96 < L + l < 1,98$
$1,96 < L + l < 1,98$	$1,96 \times 2 < 2(L + l) < 1,98 \times 2$
	$3,92 < 2(L + l) < 3,96$

2°) En déduire un encadrement de la superficie du plan de travail.

$$1,21 \times 0,75 < L \times l < 1,22 \times 0,76$$

$$0,9075 < L \times l < 0,9272$$