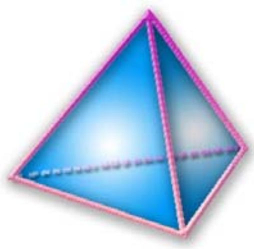


Thème N°12: EQUATION (2) TRIANGLE RECTANGLE (2) (le cosinus) - - ESPACE (2) (le cône)

Résoudre des équations de la forme $a = \frac{x}{b}$ ou $a = \frac{b}{x}$

A -

$14 = \frac{x}{9}$ $\quad x = 9 \times 14 = 126$

$10 = \frac{x}{0,4}$ $\quad x = 10 \times 0,4 = 4$

$144 = \frac{x}{12}$ $\quad x = 144 \times 12 = 1\,728$

$3 = \frac{x}{0,25}$ $\quad x = 3 \times 0,25 = 0,75$

$12 = \frac{x}{1,2}$ $\quad x = 12 \times 1,2 = 14,4$

$2,4 = \frac{x}{9,4}$ $\quad x = 2,4 \times 9,4 = 22,56$

$142 = \frac{x}{1}$ $\quad x = 142 \times 1 = 142$

$17 = \frac{x}{3}$ $\quad x = 17 \times 3 = 51$

B -

$5 = \frac{25}{x}$ $\quad x = \frac{25}{5} = 5$

$8 = \frac{72}{x}$ $\quad x = \frac{72}{8} = 9$

$12 = \frac{144}{x}$ $\quad x = \frac{144}{12} = 12$

$4 = \frac{36}{x}$ $\quad x = \frac{36}{4} = 9$

$0,1 = \frac{10}{x}$ $\quad x = \frac{10}{0,1} = 100$

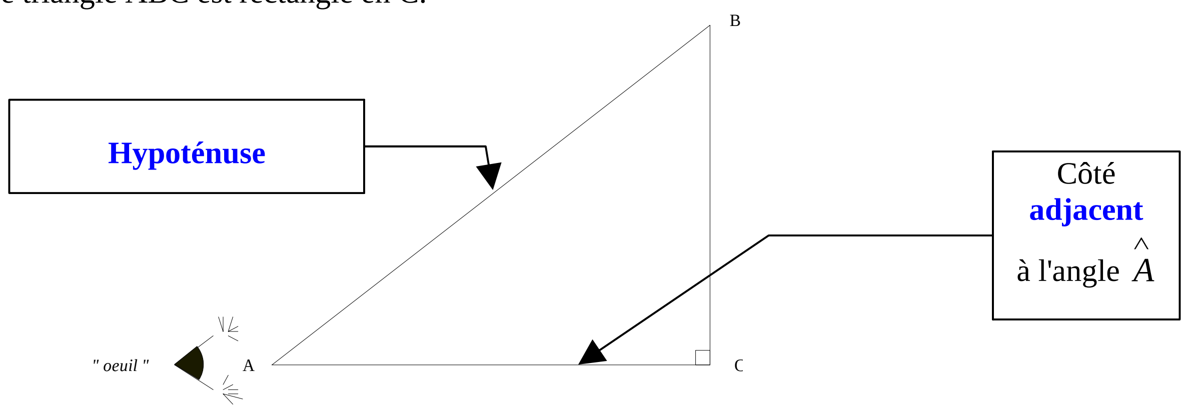
$12 = \frac{36}{x}$ $\quad x = \frac{36}{12} = 3$

$0,1 = \frac{1}{x}$ $\quad x = \frac{1}{0,1} = 10$

$11 = \frac{121}{x}$ $\quad x = \frac{121}{11} = 11$

ACTIVITE 1 : Vocabulaire : Côté adjacent

1°) Le triangle ABC est rectangle en C.

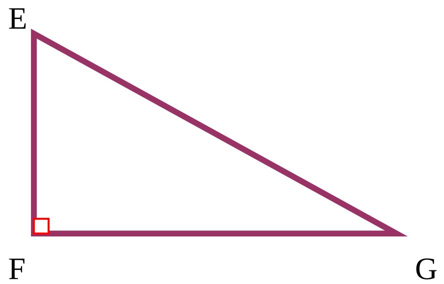


Quel est le côté opposé à l'angle $\hat{A}$? : **le côté [BC]**

Dans un triangle ABC rectangle en C, on dit que :

- [AC] est le côté adjacent à l'angle $\hat{A}$
- [BC] est le côté opposé à l'angle $\hat{A}$
- [AB] est l'hypoténuse

2°)

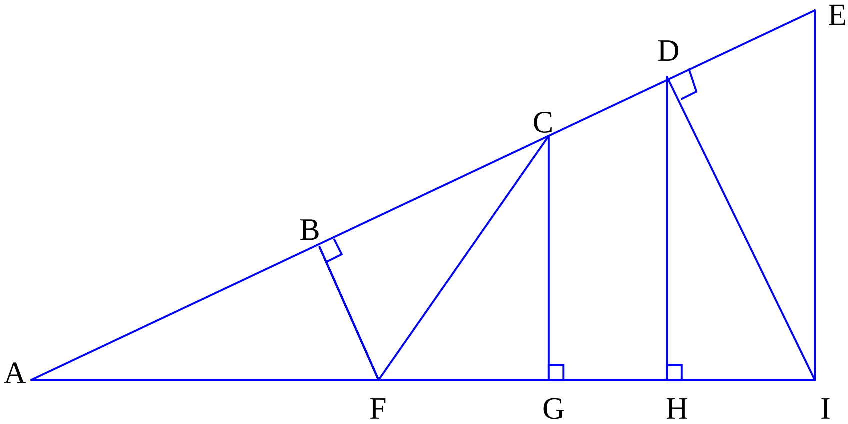


[EG] est l'hypoténuse

Le côté adjacent à l'angle $\hat{E}$ est [EF]

Le côté adjacent à l'angle $\hat{G}$ est [FG]

3°)



Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAF}$ est [AB]　　Le côté adjacent à l'angle $\widehat{HID}$ est [HI]

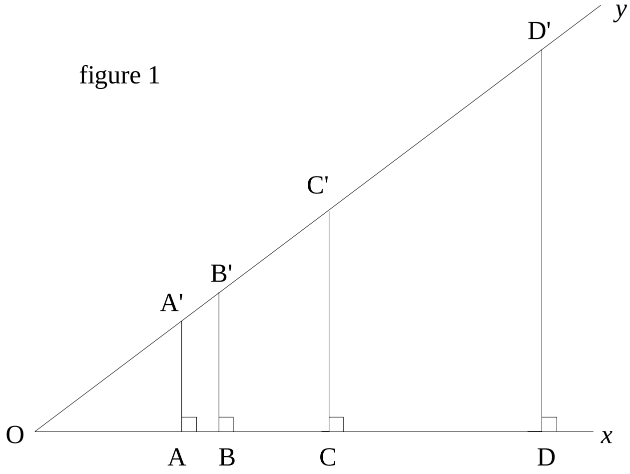
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{GCF}$ est [CG]　　Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BCF}$ est [BC]

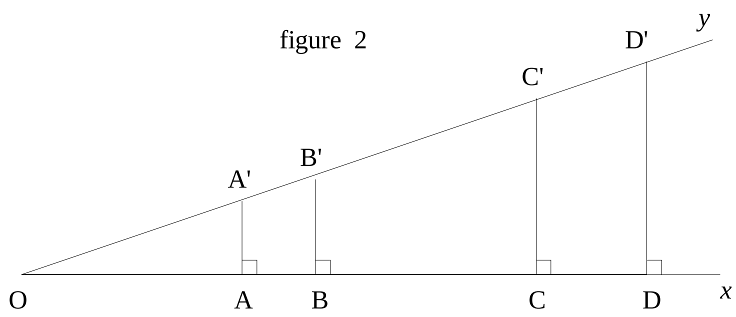
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{GFC}$ est [FG]　　Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ADH}$ est [DH]

ACTIVITE 2 :

Découvrir le cosinus d'un angle

Les perpendiculaires en A, B, C et D à la demi-droite [O*x*) coupent la demi-droite [O*y*) respectivement en A', B', C' et D'.





1. Complète le tableau ci-dessous :

Figure 1 :

OA = 19 mm	OB = 24 mm	OC = 39 mm	OD = 67 mm
OA'= 24 mm	OB' = 30 mm	OC ' = 48 mm	OD' = 84 mm
$\frac{OA}{OA'} \approx 0{,}79$	$\frac{OB}{OB'} \approx 0{,}80$	$\frac{OC}{OC'} \approx 0{,}81$	$\frac{OD}{OD'} \approx 0{,}80$

Figure 2 :

OA = 29 mm	OB = 39 mm	OC = 68 mm	OD = 83 mm
OA'= 30 mm	OB' = 41 mm	OC ' = 72 mm	OD' = 87 mm
$\frac{OA}{OA'} \approx 0{,}97$	$\frac{OB}{OB'} \approx 0{,}95$	$\frac{OC}{OC'} \approx 0{,}94$	$\frac{OD}{OD'} \approx 0{,}95$

2. Que dire des rapports $\frac{OA}{OA'}$; $\frac{OB}{OB'}$; $\frac{OC}{OC'}$; $\frac{OD}{OD'}$? $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'}$

Ces rapports dépendent-ils des points A, B, C et D choisis sur la demi-droite [Ox) ? Non.

De quoi dépendent-ils alors ? : De l'angle $x\hat{O}y$.

3. Mesure l'angle $x\hat{O}y$: (figure 1) : $x\hat{O}y \approx$ 37° (figure 2) : $x\hat{O}y \approx$ 18°

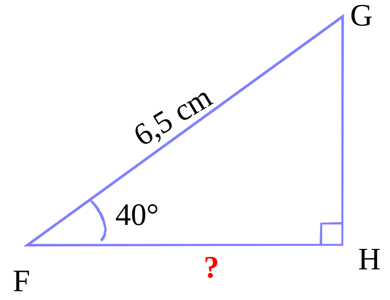
Tape sur ta calculatrice en faisant attention que tu soit en mode degré $\cos x\hat{O}y$ avec pour $x\hat{O}y$ la valeur mesurée ci-dessus: (figure 1) $\cos x\hat{O}y \approx 0{,}8$ (figure 2) $\cos x\hat{O}y \approx 0{,}95$

Que remarques-tu ? : $\cos x\hat{O}y = \frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'}$

4. Complète en remplaçant par: *" longueur du côté adjacent à l'angle $x\hat{O}y$ "et " longueur de l'hypoténuse "*

$$\cos x\hat{O}y = \frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle } x\hat{O}y}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$$

Exercice n°1 : Soit FGH un triangle rectangle en H tel que : FG = 6,5 cm et $\widehat{GFH}$ = 40°. Détermine FH à 1 mm près.



Solution :

Dans le triangle FHG rectangle en H, on a : $\cos \widehat{HFG} = \dfrac{FH}{FG}$.

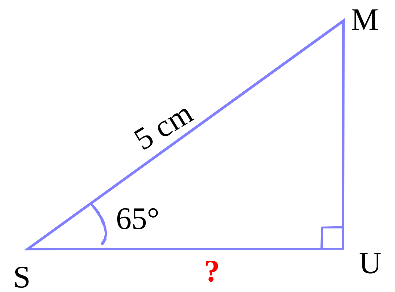
$\cos 40° = \dfrac{FH}{6{,}5}$.

$FH = 6{,}5 \times \cos 40°$

$FH \approx 4{,}979$

Conclusion : **FH ≈ 5 cm**

Exercice n°2 : **1.** Construis un triangle USM rectangle en U tel que : SM = cm et $\widehat{USM}$ = 65°.
2. Calcule SU (arrondir au mm).



Solution :

Dans le triangle SMU rectangle en U, on a : $\cos \widehat{USM} = \dfrac{SU}{SM}$

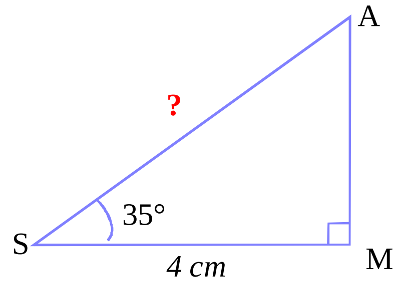
$\cos 65° = \dfrac{SU}{5}$

$SU = 5 \times \cos 65°$

$SU \approx 2{,}11$

Conclusion : **SU ≈ 2,1 cm**

Exercice n°3 : Soit ASM un triangle rectangle en M tel que : MS = 4 cm et $\widehat{ASM}$ = 35°
Détermine SA à 1 mm près.



Solution :

Dans le triangle MSA rectangle en M, on a : $\cos \widehat{MSA} = \dfrac{SM}{SA}$

$\cos 35° = \dfrac{4}{SA}$

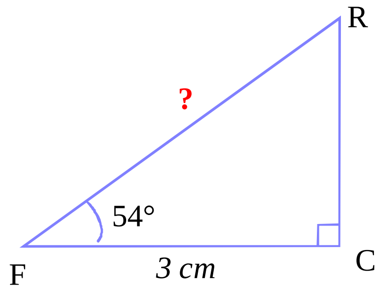
$SA = \dfrac{4}{\cos 35°} \approx 4{,}88$

Conclusion : **SA ≈ 4,9 cm**

Exercice n°4 : Construis un triangle RCF rectangle d'hypoténuse [RF] tel que : CF = 3 cm et $\widehat{RFC}$ = 54 °
Calcule RF à 1 mm près.

Solution :

Dans le triangle RFC rectangle en C, on a : $\cos \widehat{CFR} = \dfrac{CF}{RF}$



$\cos 54° = \dfrac{3}{RF}$

$RF = \dfrac{3}{\cos 54°} \approx 5{,}103$

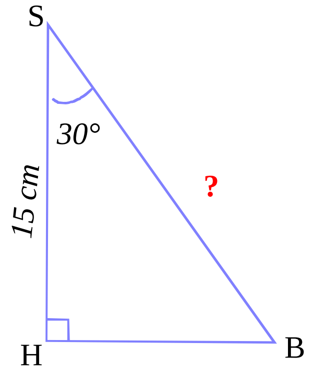
Conclusion : **RF ≈ 5,1 cm**

Exercice n°5: Soit le cône de révolution de sommet S, de hauteur SH et de génératrice SB.

Sachant que $\widehat{HSB} = 30°$ et SH = 15 cm, calcule la longueur de la génératrice du cône, le résultat étant donné à 0,1 près par excès.

Solution :

Dans le triangle SHB rectangle en H, on a : $\cos \widehat{HSB} = \dfrac{SH}{SB}$



$\cos 30° = \dfrac{15}{SB}$

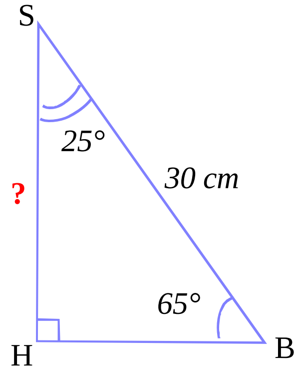
$SB = \dfrac{15}{\cos 30°} \approx 17{,}32$

Conclusion : La longueur de la génératrice mesure environ 17,4 cm par excès.

Exercice n°6 : Soit le cône de révolution de sommet S, de hauteur SH et de génératrice SB.

Sachant que $\widehat{HBS} = 65°$ et SB = 30 cm, calcule la longueur de la hauteur du cône, le résultat étant donné à 0,1 près par excès.

Solution :



Calcul de $\widehat{HSB}$:

Comme SHB est un triangle rectangle, alors les angles aigus sont complémentaires :

Donc $\widehat{HBS} + \widehat{BSH} = 90°$

$\widehat{BSH} = 90° - \widehat{HBS} = 90° - 65° = 25°$

D'où : $\boxed{\widehat{BSH} = 25°}$

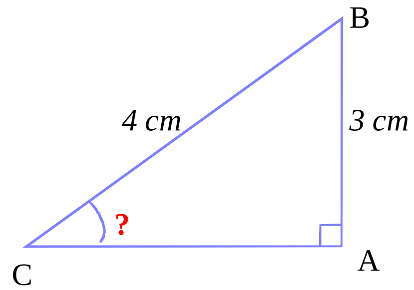
Calcul de SH :

Dans le triangle SHB rectangle en H, on a : $\cos \widehat{HSB} = \dfrac{SH}{SB}$

$\cos 25° = \dfrac{SH}{30}$; $SH = 30 \times \cos 25° \approx 27{,}189$.

Conclusion : La longueur de la hauteur du cône mesure 27,2 par excès.

Exercice n°7 : Jérémie et Alain doivent déterminer l'arrondi au mm de AC dans le triangle rectangle représenté ci-dessous:



1°) Jérémie a utilisé le théorème de Pythagore. Rédiger sa solution.

2°) Hélas pour Alain, la touche $\sqrt{\ }$ de sa calculatrice ne fonctionne plus ! Il a donc choisi une autre méthode: il a d'abord calculé $\widehat{ABC}$ à 1° près, puis en a déduit $\widehat{ACB}$, et enfin AC.
Rédiger la solution de Alain, puis comparer les résultats que les deux camarades ont trouvés.

1°) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$CB^2 = CA^2 + AB^2$
$4^2 = CA^2 + 3^2$
$CA^2 = 16 - 9$
$CA^2 = 7$
$CA = \sqrt{7}$
$CA \approx 2{,}645$
Conclusion: $CA \approx 2{,}6$ cm

2°) Calcul de $\widehat{ABC}$ à 1° près.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

Soit $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ et $\widehat{ABC} \approx 41{,}4°$

Conclusion : $\widehat{ABC} \approx 41°$

Calcul de $\widehat{ACB}$ à 1 degré près
Comme ABC est un triangle rectangle, alors les angles aigus sont complémentaires :

Donc $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90°$

$\widehat{ACB} = 90° - \widehat{ABC} \approx 90° - 41° \approx 49°$

D'où : $\boxed{\widehat{ACB} \approx 49°}$

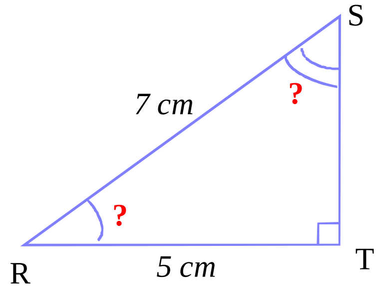
Calcul de AC :

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\cos \widehat{ACB} = \frac{CA}{CB}$

$\cos 49° \approx \frac{CA}{4}$; $CA \approx 4 \times \cos 49° \approx 2{,}62$.

Conclusion : $CA \approx 2{,}6$ cm

Exercice n°8: Calcule les angles aigus de chacun des deux triangles ci-dessous.
Figure 1 :



Calcul de $\widehat{TRS}$ à 1° près.

Dans le triangle TRS rectangle en T, on a : $\cos \widehat{TRS} = \frac{RT}{RS}$

Soit $\cos \widehat{TRS} = \frac{5}{7}$ et $\widehat{TRS} \approx 44{,}41$

Conclusion : $\widehat{TRS} \approx 44°$

Calcul de $\widehat{TSR}$ à 1 degré près

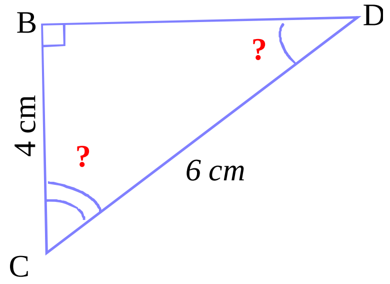
Comme TSR est un triangle rectangle, alors les angles aigus sont complémentaires :

Donc $\widehat{TRS} + \widehat{TSR} = 90°$

$\widehat{TSR} = 90° - \widehat{TRS} \approx 90° - 44° \approx 46°$

D'où : $\widehat{TSR} \approx 46°$

Figure 2 :



Calcul de $\widehat{BCD}$ à 1° près.

Dans le triangle BCD rectangle en B, on a : $\cos \widehat{BCD} = \dfrac{CB}{CD}$

Soit $\cos \widehat{BCD} = \dfrac{4}{6}$ et $\widehat{BCD} \approx 48{,}18°$

Conclusion : $\widehat{BCD} \approx 48°$

Calcul de $\widehat{CDB}$ à 1 degré près

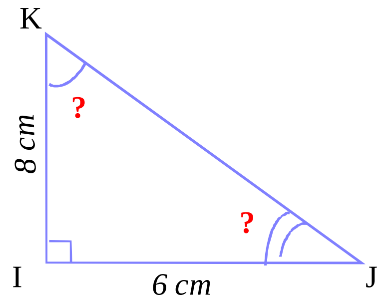
Comme CDB est un triangle rectangle, alors les angles aigus sont complémentaires :

Donc $\widehat{CDB} + \widehat{BCD} = 90°$

$\widehat{CDB} = 90° - \widehat{BCD} \approx 90° - 48° \approx 42°$

D'où : $\widehat{CDB} \approx 42°$

Figure 3 :



Calcul de KJ

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$KJ^2 = KI^2 + JI^2$

$KJ^2 = 8^2 + 6^2$

$KJ^2 = 64 + 36$

$KJ^2 = 100$

$KJ = \sqrt{100}$

$KJ = 10$

Conclusion: KJ = 10 cm

Calcul de $\widehat{IKJ}$ à 1° près.

Dans le triangle IKJ rectangle en I, on a : $\cos \widehat{IKJ} = \dfrac{IK}{KJ}$

Soit $\cos \widehat{IKJ} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$ et $\widehat{IKJ} = 36{,}87$

Conclusion : $\widehat{IKJ} \approx 37°$

Calcul de $\widehat{IJK}$ à 1 degré près

Comme IJK est un triangle rectangle, alors les angles aigus sont complémentaires :

Donc $\widehat{IJK} + \widehat{IKJ} = 90°$

$\widehat{IJK} = 90° - \widehat{IKJ} \approx 90° - 37° \approx 53°$

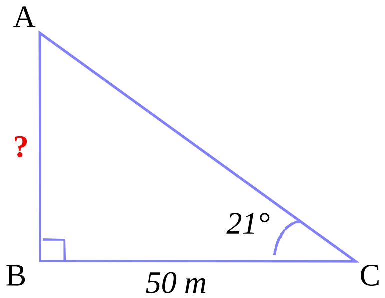
D'où : $\widehat{IJK} \approx 53°$

Exercice n°9: Sur les berges de la rivière, deux points remarquables A et B se font face.
En partant de B, perpendiculairement à (AB), on parcourt

50 m et on arrive ainsi au point C. De là, on voit le segment [AB] sous un angle $\widehat{ACB}$ de 21°.

a. Calcule la longueur AC à 1 dm près.

b. En déduire le calcul de la largeur AB de la rivière, à 1 dm près.



Solution :

a. Calcul de AC :

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a : $\cos \widehat{BCA} = \dfrac{BC}{AC}$.

$\cos 21° = \dfrac{50}{AC}$; $AC = \dfrac{50}{\cos 21°} \approx 53{,}557$

Conclusion : AC ≈ 53,6 m

b. Calcul de AB :

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$53{,}6^2 \approx AB^2 + 50^2$

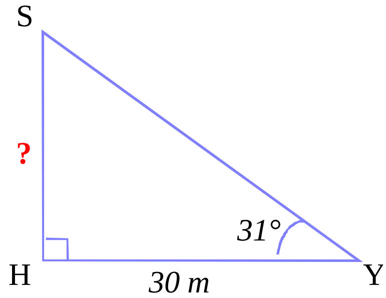
$AB^2 \approx 53{,}6^2 - 50^2$

$AB \approx \sqrt{372{,}96}$

$AB \approx 19{,}31$

Conclusion : AB ≈ 19,3 m

Exercice n°10: A l'aide d'un théodolite, il est possible de mesurer l'angle que fait (YS) avec l'horizontale passant par Y .Avec les données de la figure, calcule la hauteur de l'arbre, supposé vertical.



Solution :

- Calcul de SY

Dans le triangle SHY rectangle en H, on a : $\cos \widehat{HYS} = \dfrac{HY}{SY}$

$\cos 31° = \dfrac{30}{SY}$; $SY = \dfrac{30}{\cos 31°} \approx 34{,}99$

Conclusion : SY ≈ 35 m

- Calcul de SH

Dans le triangle SHY rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$SY^2 = SH^2 + HY^2$

$35^2 \approx SH^2 + 30^2$

$SH^2 \approx 35^2 - 30^2$

$SH \approx \sqrt{325}$

$SH \approx 18{,}02$

Conclusion : SH ≈ 18 m

• Calcul de la hauteur de l'arbre

On a : 18 + 1,80 ≈ 19,80

Conclusion : La hauteur de l'arbre s'élève à 19,80 m environ.