Thème 11 : PROPORTIONNALITE
REPRESENTATION GRAPHIQUE - POURCENTAGE - VITESSE

<u>ACTIVITE 1 :</u> <u>" LES GAUFRES "</u>

A) <u>LES RECETTES</u>:

Partie 1 :

<u>A l'occasion de la fête du village, Julien et Nathalie ont décidé de faire des gaufres et de les vendre 2€ pièce.</u>

1°) On désigne par x le nombre de gaufres vendues et par y la recette.

Exprime en fonction de x la recette : $y = 2x$

2°)

- La recette est-elle proportionnelle au nombre de gaufres vendues ? : **Oui**.
- Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ? : **2**

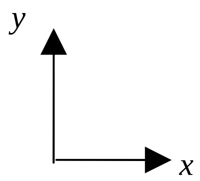
Complète le tableau ci-dessous :

***x* : Nombre de gaufres vendue**	0	2	4	7	10	12	14	16	18	20	25
***y* : La recette**	**0**	**4**	**8**	**14**	**20**	**24**	**28**	**32**	**36**	**40**	**50**

X 2

3°) <u>**Représentation graphique**</u>:

Sur une feuille de papier millimétré, représente le tableau de valeurs en prenant 1 cm pour 10 gaufres et en ordonnée 1 cm pour 10 €.



Ecris tes remarques à propos du graphique : **Les points sont alignés avec l'origine du repère**

Partie 2 :

1°) Pour cette partie, le prix d'une gaufre est de 4 € .

Exprime en fonction de x la recette : $y = 4x$.

***x* : Nombre de gaufres vendue**	0	5	10	20	25	30	40	**50**	**60**
***y* : La recette**	**0**	**20**	**40**	**80**	**100**	**120**	**160**	200	240

X 4

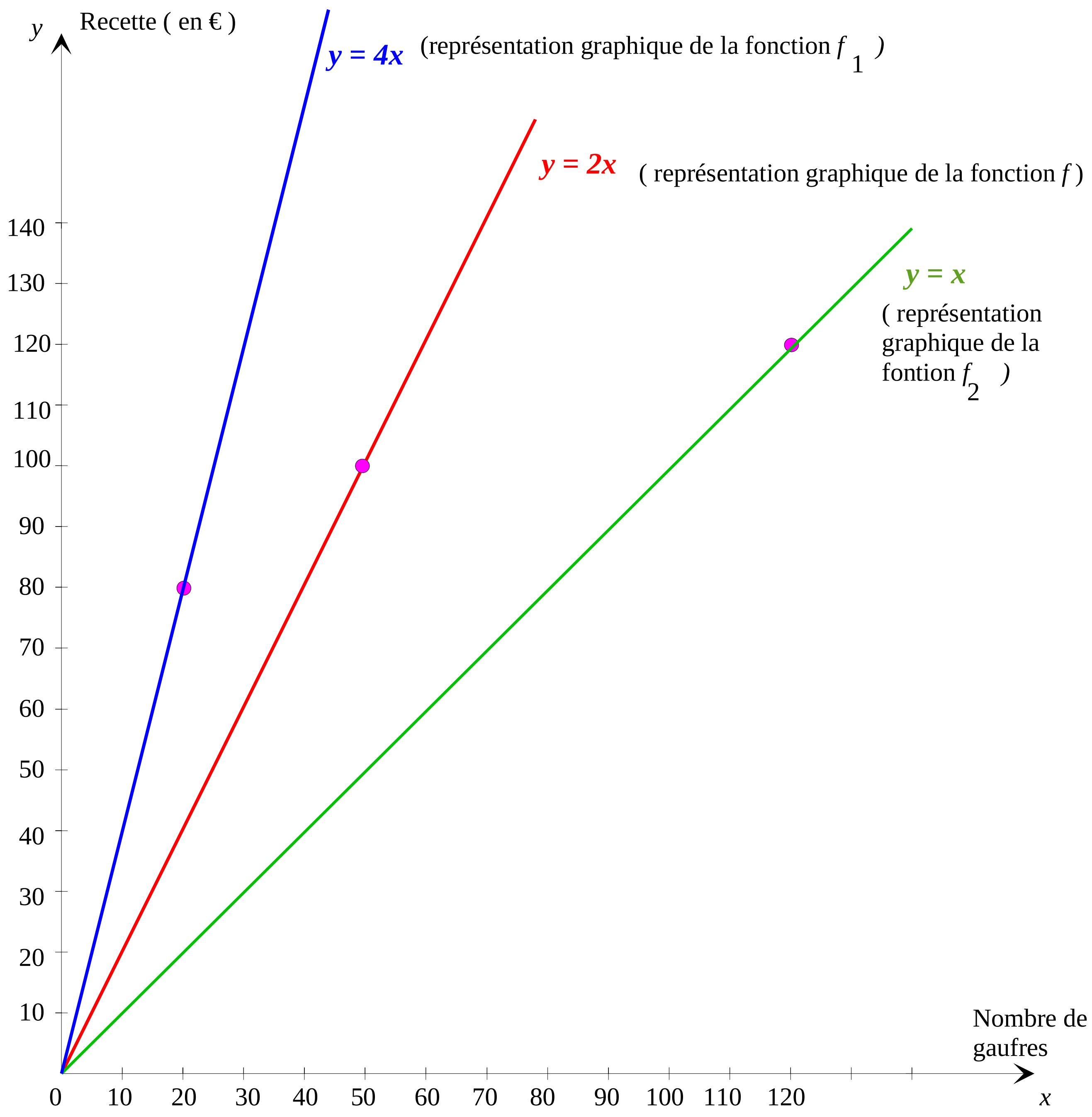
Représente sur le même graphique la fonction linéaire f_1 .
Comment évolue le graphique ?: **Les points sont alignés avec l'origine du repère et la droite se rapproche de l'axe des ordonnées.**.

2°) On suppose maintenant que le prix de vente d'une gaufre est de 1 €
Exprime en fonction de x la recette : $y = x$.

***x* : Nombre de gaufres vendue**	0	5	10	20	30	40	50	**100**	**120**
***y* : La recette**	**0**	**5**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	100	120

X 1

Représente sur le même graphique la fonction linéaire f_1 .
Comment évolue le graphique ?: **Les points sont alignés avec l'origine du repère et la droite se rapproche de l'axe des abscisses**



y
Recette (en €)
y = 4x
(représentation graphique de la fonction f 1)
y = 2x
(représentation graphique de la fonction f)
y = x
(représentation graphique de la fontion f2)
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
Nombre de gaufres
x

B) <u>LES DEPENSES</u>: <u>Julien et Nathalie ont dû payer une taxe de 15 € et de plus ils ont calculé que le prix de revient d'une gaufre (farine, œufs, …) était de 0,60 €..</u>

1°) On désigne par x le nombre de gaufres vendues et par p le montant total des frais.

Exprime en fonction de x la dépense : p = **$0{,}60x$ + 15**

***x* : Nombre de gaufres vendue**	0	2	4	7	10	12	14	16	18	20	25
***p* : La dépense**	**15**	**16,2**	**17,4**	**19,2**	**21**	**22,2**	**23,4**	**24,6**	**25,8**	**27**	**30**

- La dépense est-elle proportionnelle au nombre de gaufres vendues ? : **Non**

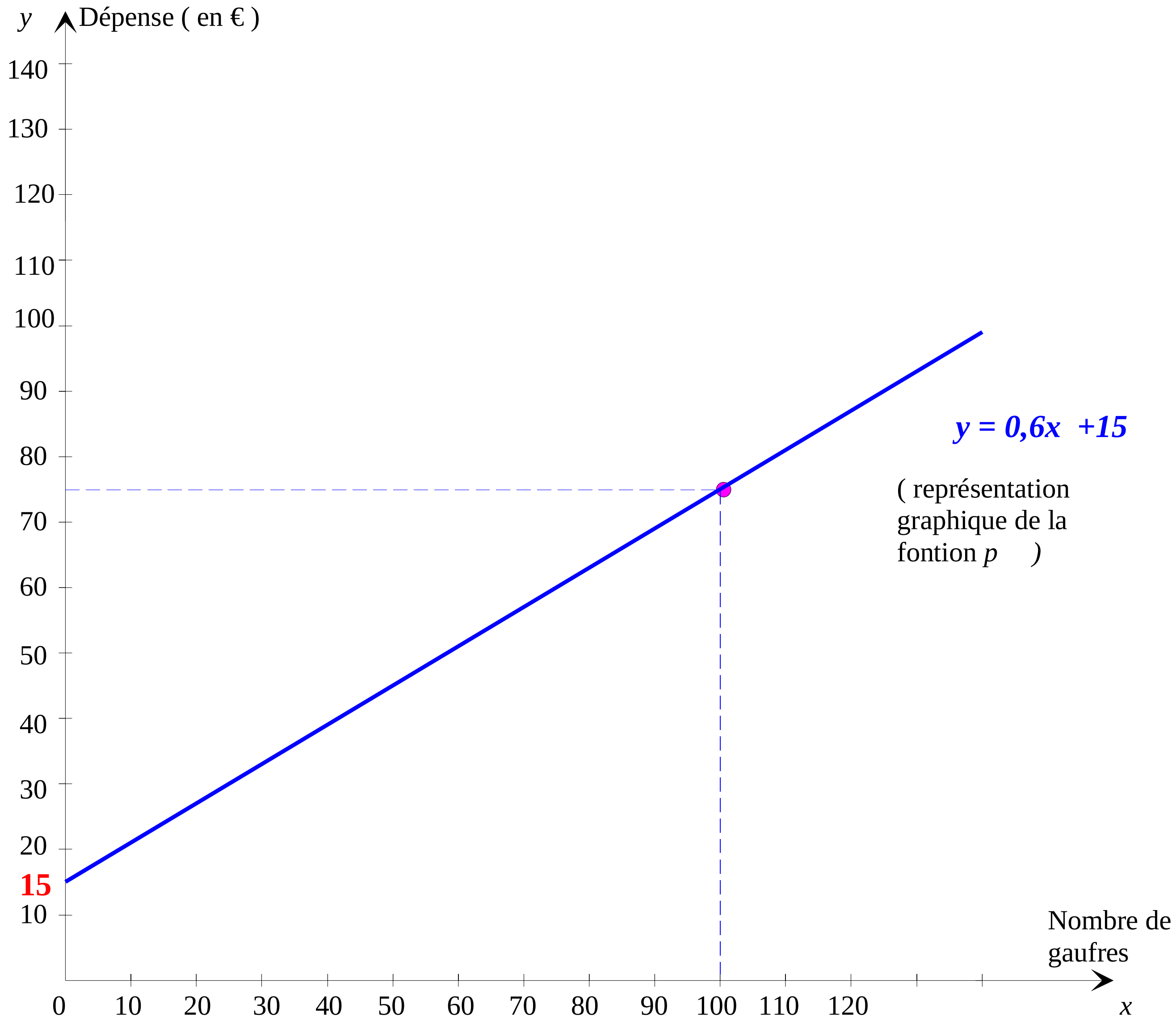
2°) Représente sur une feuille de papier millimétré ce tableau de valeurs (même échelle que A-2°). Relie les points.
Quelles sont tes remarques à propos de ce graphique ? : **Les points sont alignés mais la droite ne passe pas par l'origine du repère.**

BILAN de L'activité

Si des points ont leurs ordonnées proportionnelles à leurs abscisses,

alors ces points sont alignés avec l'origine

Si des points sont alignés avec l'origine, alors les points ont leurs ordonnées proportionnelles à leurs abscisses..



Exercice n°2 :

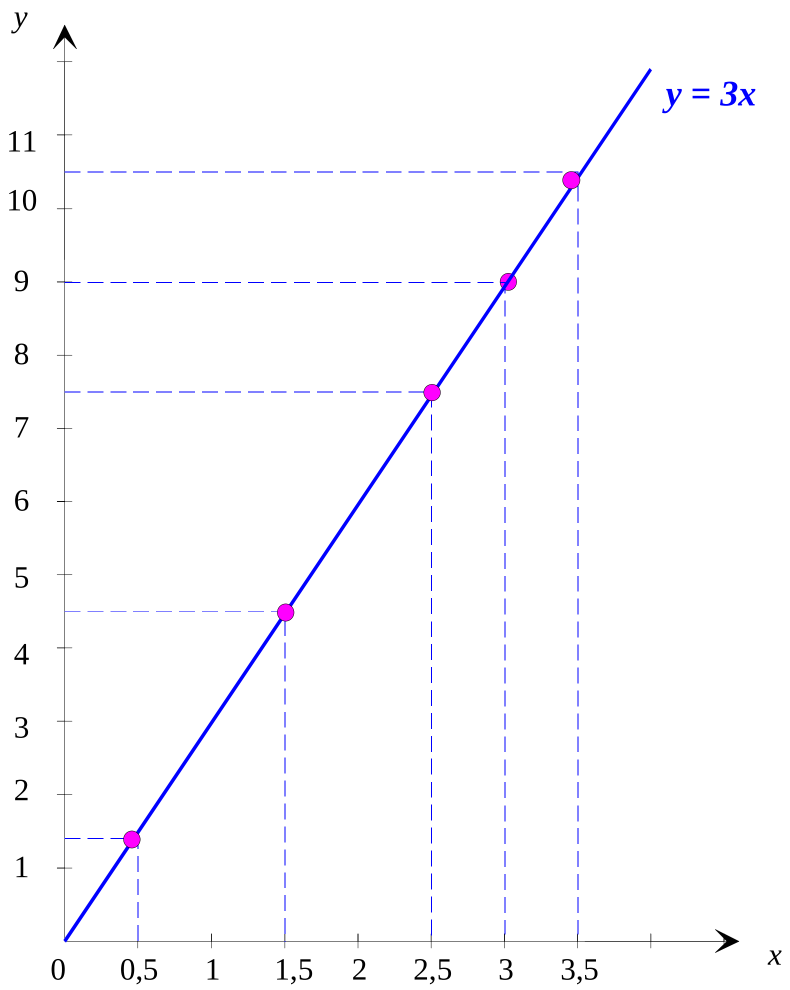
1. Dans un repère du plan, place les points suivants :

A(0,5 ; 1,5) , B(1,5 ; 4,5) , C(2,5 ; 7,5) , D(3 ; 9) et E(3,5 ; 10,5)

2. Justifie que le graphique obtenu représente une situation de proportionnalité.
Tous les points sont alignés avec l'origine du repère.

3. Recopie et complète le tableau suivant :

Point	A	B	C	D	E
Abscisse *x*	**0,5**	**1,5**	**2,5**	**3**	**3,5**
Ordonnée *y*	**1,5**	**4,5**	**7,5**	**9**	**10,5**



Calcul du coefficient de proportionnalité : On a $\frac{1,5}{0,5} = 3$

Exprime de y en fonction de x : $y = 3x$

Exercice n° 3 :A – Premier graphique : On considère des points A, B, … , G, H dont l'ordonnée s'obtient en multipliant l'abscisse par 1,5.

1. Complète le tableau.

Point	A	B	C	D	E	F	G	H
Abscisse x	- 5	**- 2**	- 1	**1**	2	3	4	**6**
Ordonnée y	**-7,5**	- 3	**- 6**	1,5	**3**	**4,5**	**6**	9

× 1,5

2. Trace deux axes gradués. Marque les points A, B, … , G , H. Que peux-tu dire de ces 8 points ?

A. Deuxième graphique

1. Complète le tableau.

Point	I	J	K	L	M	N	O	P
Abscisse x	- 5	- 4	**- 2**	1	3	**5**	0	8
Ordonnée y	**4**	**3,2**	1,6	**- 0,8**	**- 2 ,4**	- 4	**0**	**- 6,4**

×(-0,8)

2. Marque les points I, J, … , O , P sur le graphique précédent. Que constates-tu ?

La droite à une pente descendante.

B. Troisième graphique

1. Marque les points Q, R, S, T sur un nouveau graphique. Les points sont-ils alignés ?

Point	Q	R	S	T
Abscisse x	- 4	- 1	2	4
Ordonnée y	- 2	- 1	2	3

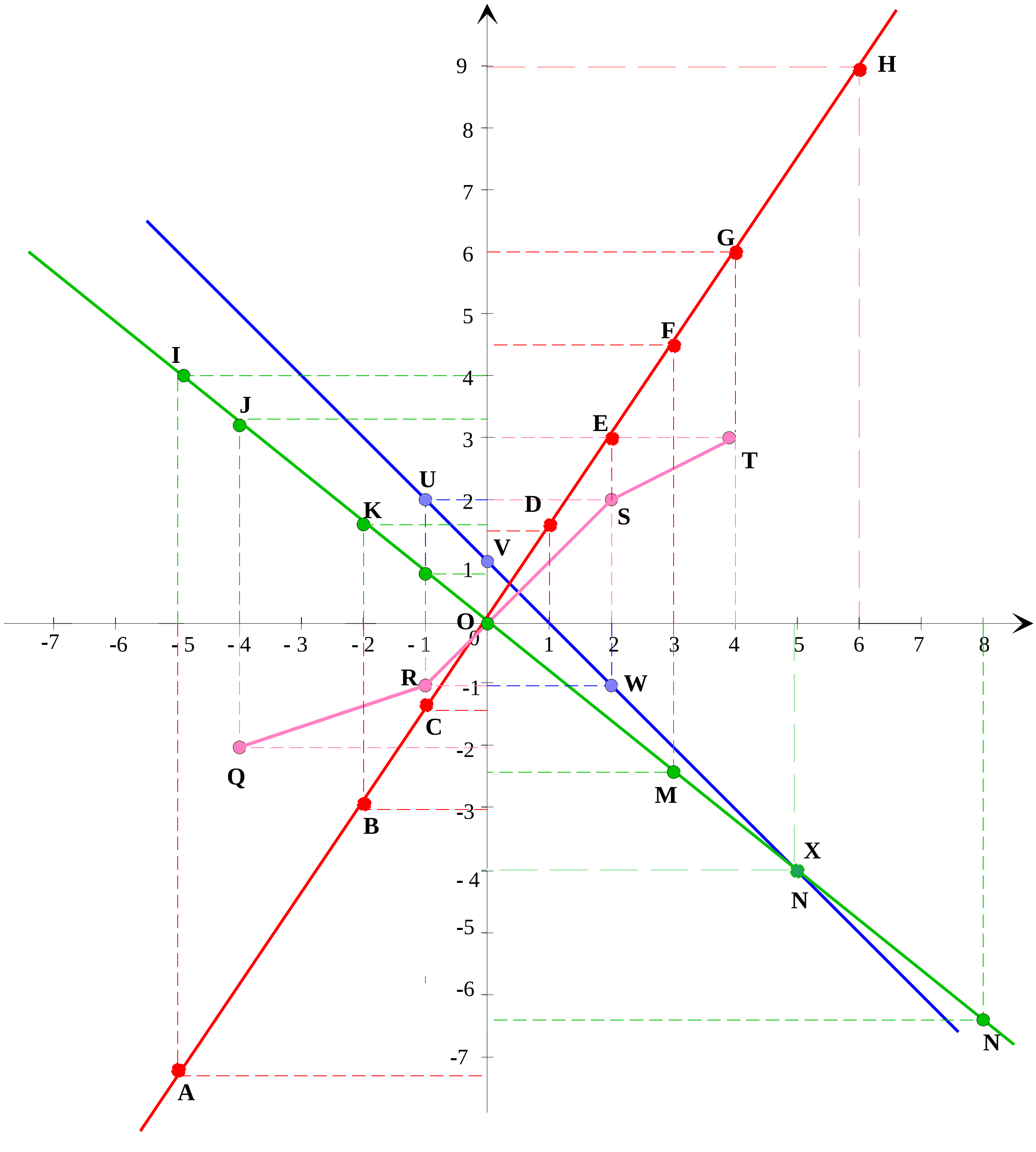
2. Les ordonnées sont-elles proportionnelles aux abscisses ? (Justifie à partir du tableau) **Non**

C. Quatrième graphique

1. Marque les points U, V, W, X sur un autre graphique. Les 4 points sont-ils alignés ?

Point	U	V	W	X
Abscisse x	- 1	0	2	5
Ordonnée y	2	1	- 1	- 4

2. Les ordonnées sont-elles proportionnelles aux abscisses ? (Justifie à partir du tableau) **Non**



H
G
F
E
D
C
B
A
I
J
K
U
V
W
O
R
S
T
Q
M
X
N
N

Exercice n°4 : Prix en gros :

Dans un catalogue, on peut lire le tarif suivant :

① Nombres de chemises.

② Prix en euros.

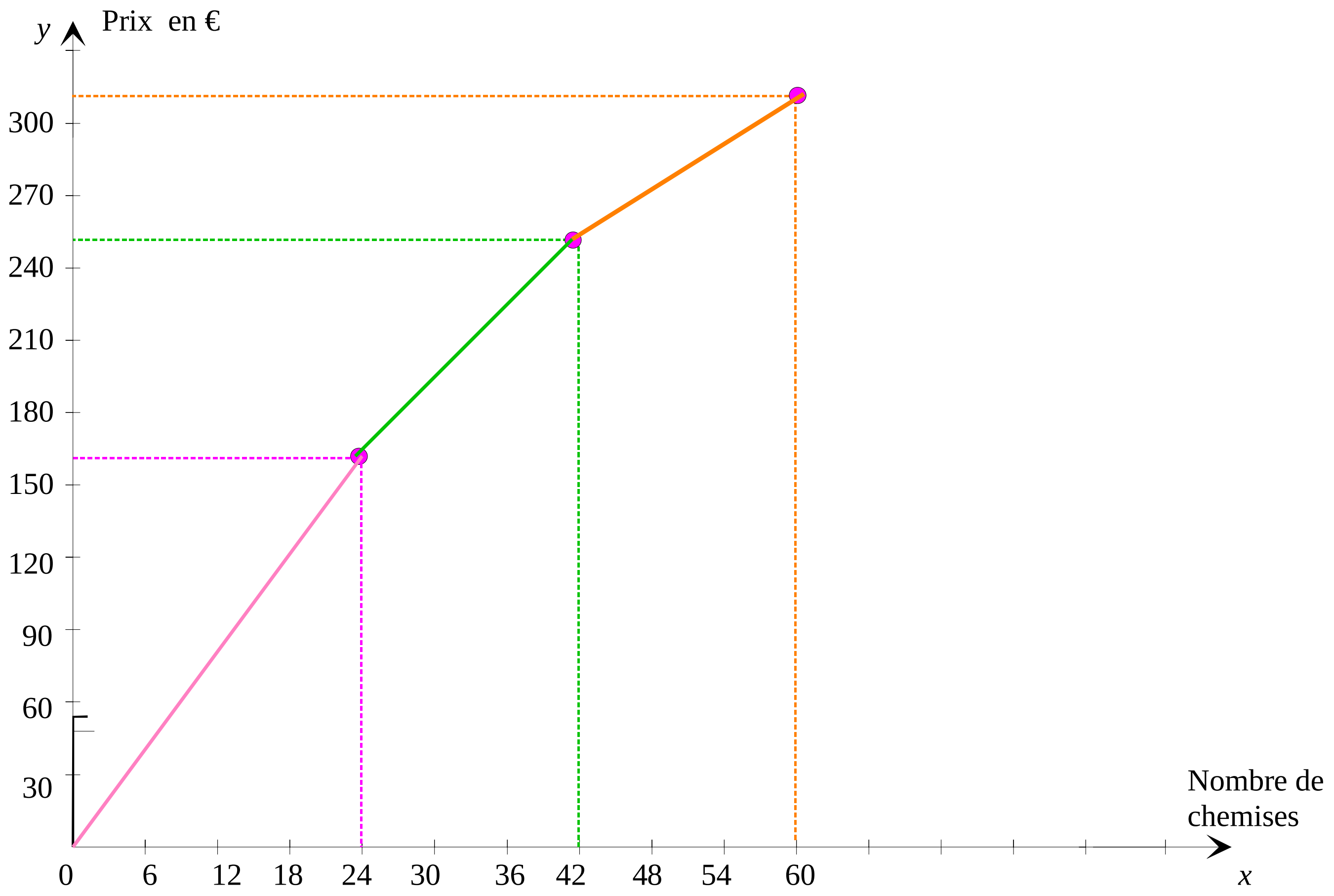
①	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
②	39	78	117	156	189	222	255	288	324	360

a. Représente ce tarif sur un graphique en prenant 1 cm pour 6 chemises en abscisses et 1 cm pou 30 euros en ordonnées. Que remarques-tu ?

b. Quel est le prix d'une chemise lorsqu'on en achète moins de 24 ? 6,50 €

c. Quel est le prix d'une chemise lorsqu'on en achète 48 ? 54 ? 50 ? 58 ? 6 €

d. Quel est le prix d'une chemise lorsqu'on en achète 30 ? 36 ? 42 ? 40 ? ≈ 6,10 €



B – VITESSE MOYENNE

On parcourt 100 km en roulant à la vitesse moyenne v_1 de 80 km/h sur une partie du trajet et à la vitesse moyenne v_2 de 120 km/h sur l'autre partie du trajet.

On appelle x la distance parcourue à 80 km/h.

L'objectif de l'activité est de :

* calculer la vitesse moyenne v sur l'ensemble du trajet dans chacun des cas suivants :
  x = 10 km ; x = 20 km ; x = 30 km ; x = 50 km ; x = 60 km ; x = 70 km ; x = 80 km ; x = 90 km.
* comparer cette vitesse moyenne v à la moyenne des vitesses : $(v_1 + v_2) / 2$.

Analyse mathématiques:

- Soit t_1 la durée, en h, du trajet parcouru à 80 km/h. On a en fonction de x : $t_1 = \frac{x}{80}$.
- Soit t_2 la durée, en h, du trajet parcouru à 120 km/h. On a en fonction de x : $t_2 = \frac{100 - x}{120}$.

Vitesse moyenne (km/h) = $\frac{distance \quad parcourue \quad (km)}{durée \quad du \quad parcours \quad (h)} = \frac{100}{t_1 + t_2}$

Recopie les valeurs obtenues dans le tableau ci-dessous

à 80 km / h		à 120 km / h		Durée totale	Vitesse moyenne
Distance parcourue (km)	Durée (h)	Distance parcourue (km)	Durée (h)		
10	0,125	90	0,75	0,875	≈ 114,3
20	0,25	80	≈ 0,67	≈ 0,92	≈ 108,7
30	0,375	70	≈ 0,58	≈ 0,955	≈ 104,7
40	0,5	60	0,5	1	≈ 100
50	0,625	50	≈ 0,42	≈ 1,042	≈ 95,97
60	0,75	40	≈ 0,33	≈ 1,08	≈ 92,6
70	0,875	30	0,25	1,125	≈ 88,9
80	1	20	≈ 0,17	≈ 1,17	≈ 85,47
90	1,125	10	≈ 0,08	≈ 1,205	≈ 83

Question :

Dans quel cas la vitesse moyenne est-elle égale à (80 + 120) / 2 ? :

On a $\frac{80 + 120}{2} = 100$.

Pour avoir une vitesse moyenne de 100 km/h, il faut commencer à rouler à 80 km/h pendant 40 km puis pour les 60 km qui restent à 120km/h

Exercice n°5 :

1. Jacques Villeneuve, le pilote de Formule 1, a roulé à la vitesse moyenne de 250 km/h.
Quelle distance a-t-il parcourue en 30 minutes ?

Durée (en min)	60	30
Distance (en km)	250	x

On a : $x = \dfrac{250 \times 30}{60} = 125$

Ils parcourent **125 km** en 30 minutes

2. Un cycliste effectue un trajet de 15 km en un quart d'heure.
Quelle est sa vitesse moyenne en km/h sur ce trajet ?

Durée (en min)	15	60
Distance (en km)	15	x

On a : $x = \dfrac{15 \times 60}{15} = 60$

Sa vitesse moyenne est de **60km/h**

3. Un oiseau a volé à la vitesse de 24 km/h durant 10 minutes.

a. Parmi les fractions suivantes, quelle est celle qui indique le temps en heure pendant lequel il a volé :

$\dfrac{10}{60}$; $\dfrac{10}{24}$; $\dfrac{24}{10}$; $\dfrac{24}{60}$? $\dfrac{10}{60}$

b. Quelle distance a-t-il parcourue durant cette période ?

On a : $\dfrac{10 \times 24}{60} = 4$. Il parcourt **4 km**

4. Un marcheur a effectué un trajet de 10 km à la vitesse moyenne de 6 km/h.
Combien de temps a-t-il mis pour parcourir 1 km ? 10 km ?

Durée (en min)	60	t
Distance (en km)	6	1

On a : $t = \dfrac{1 \times 60}{6} = 10$

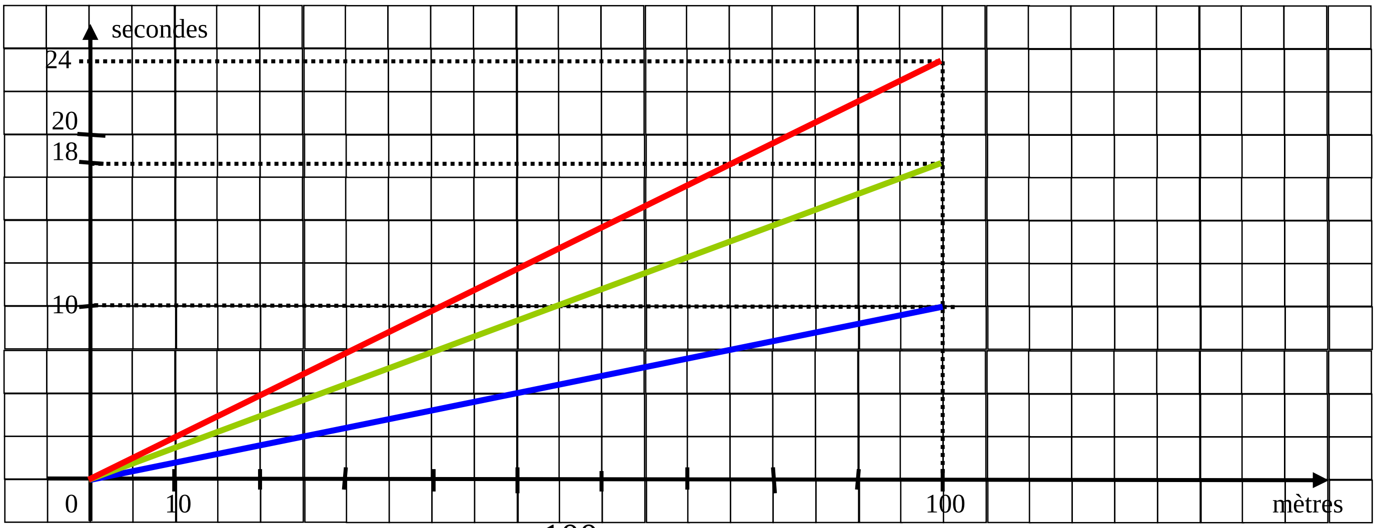
Il met donc 10 minutes pour parcourir 1 km.

Durée (en min)	60	t
Distance (en km)	6	10

On a : $t = \dfrac{10 \times 60}{6} = 100$

Il met donc 10à minutes ou 1 heure 40 minutes pour parcourir 10 km.

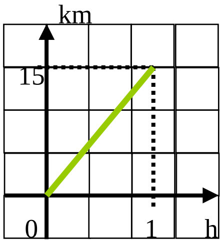
Exercice n°6 :

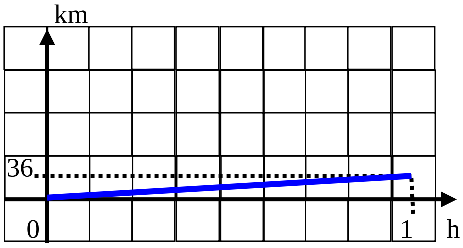


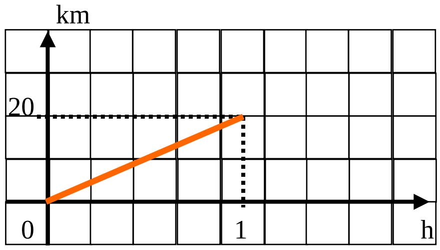
Le sprinter : vitesse = $\frac{100}{10} = 10$ soit 10 m / s

Le coureur de marathon : vitesse = $\frac{100}{18} \approx 5{,}6$ soit environ 6 m / s

Le marcheur : vitesse = $\frac{100}{24} \approx 4{,}2$ soit environ 4 m / s







Temps en s pour 100 m	**Mètres par seconde Unité : m/s**	**Mètres par heure Unité : m/h**	**Kilomètres par heure Unité : km/h**
24	**4**	**14 400**	**14,4**
18	**6**	**21 600**	**21,6**
10	**10**	**36 000**	**36**

Exercice n°7 : Un automobiliste a démarré à 8 h 20 min ; son compteur kilométrique indiquait 36 335 km ; à 11 h 20 min , le compteur indiquait 36 552,5 km.

a. Calcule la vitesse moyenne de cet automobiliste.

On a : 11 h 20 min - 8 h 20 min = 3 h

Et 36 552,5 - 36 335 = 217,5

Durée (en h)	3	1
Distance (en km)	217,5	x

On a : $x = \frac{1 \times 217{,}5}{3} = 72{,}5$

La vitesse moyenne est de **72,5 km/h**

b. Si la vitesse moyenne reste constante, combien de temps mettra l'automobiliste pour parcourir 450 km ?

Durée (en min)	60	x
Distance (en km)	72,5	450

On a : $x = \frac{450 \times 60}{72{,}5} \approx 372$

372 min = 6 h 12 min

Il mettra **6 heures et 12 minutes** environ pour parcourir 450 km.

Exercice n°8 : Ophélie s'est rendue en cyclomoteur chez son amie Jennifer qui habite à 15 km. A l'aller, Ophélie roule à 20 km/h ; au retour, elle roule à 50 km/h.
Calcule sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet aller et retour.

- Soit t_1 la durée, en h, du trajet parcouru à 20 km/h. On a : $\boxed{t_1 = \frac{15}{20}.}$

- Soit t_2 la durée, en h, du trajet parcouru à 50 km/h. On a : $\boxed{t_2 = \frac{15}{50}.}$

$$\boxed{\text{Vitesse moyenne (km/h)} = \frac{\text{distance parcourure (km)}}{\text{durée du parcours (h)}} = \frac{15+15}{t_1+t_2} = \frac{30}{0{,}75+0{,}3} = \frac{30}{1{,}05} \approx 29}$$

Sa vitesse moyenne est d'environ **29 km/h**

Exercice n°9 : On a suivi les déplacements d'un pétrolier quittant le port. On a rempli le tableau suivant :

Temps en heure depuis le départ	2	3	4	5
Distance parcourue en km	28	42	56	70

a) On a : $\frac{28}{2} = \frac{42}{3} = \frac{56}{4} = \frac{70}{5} = 14$. Comme les quotients sont égaux, le tableau est proportionnel et donc le **mouvement du pétrolier est uniforme.**
b) Tous les points sont alignés avec l'origine du repère

Exercice n°10 : Yves et Charles font du vélo. Ils pédalent à la vitesse régulière de 18 km par heure.
Quelle distance parcourent-il :

a) en 15 min ?

Durée (en min)	60	15
Distance (en km)	18	x

On a : $x = \frac{18 \times 15}{60} = 4{,}5$

Ils parcourent **4,5 km** en 15 minutes

b) en 20 min ?

Durée (en min)	60	20
Distance (en km)	18	x

On a : $x = \frac{18 \times 20}{60} = 6$

Ils parcourent **6 km** en 20 minutes

c) en 2 h 30 min ?
2 h 30 min = 120 min + 30 min = 150 min

Durée (en min)	60	150
Distance (en km)	18	x

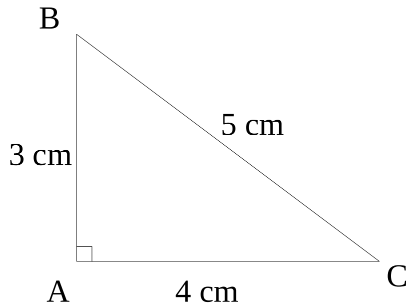
On a : $x = \frac{18 \times 150}{60} = 45$

Ils parcourent 45 **km** en 180 minutes

ACTIVITE 3 :

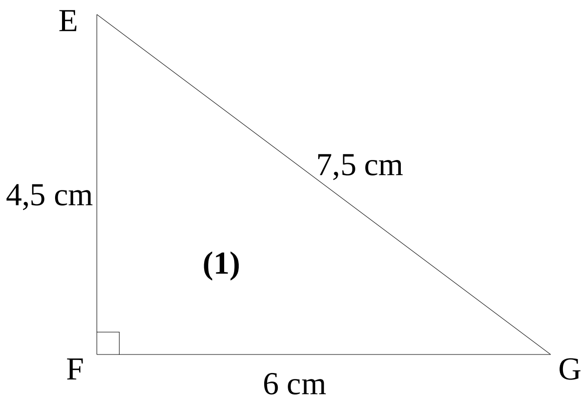
Définition : Un objet est un agrandissement ou une réduction d'un autre objet lorsque leurs longueurs sont proportionnelles.

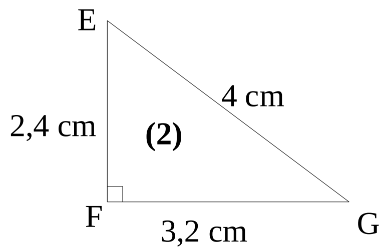
1. On considère le triangle ABC rectangle en A ci-dessous.

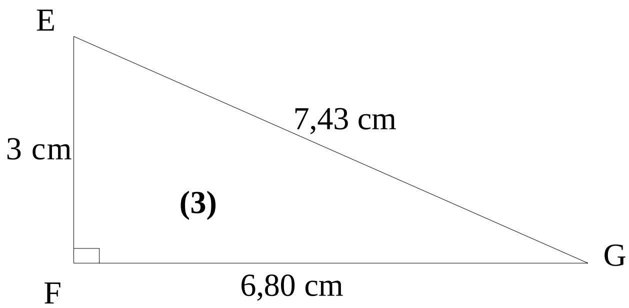


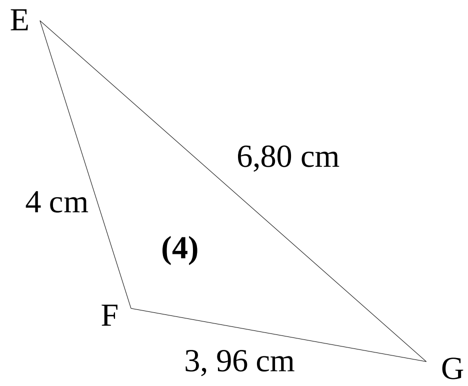
D'après la définition ci-dessus, dans quel cas le triangle EFG représente-t-il :

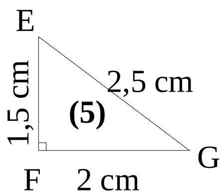
- un agrandissement du triangle ABC ? : **les triangles (1) et (6)**
- une réduction du triangle ABC ?: **les triangles (2) et (5)**

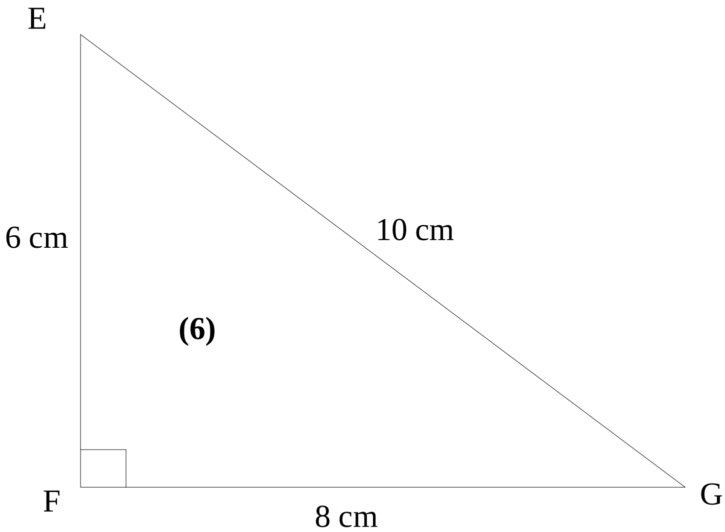












3. Pour un agrandissement une réduction, le coefficient de proportionnalité entre les longueurs des deux objets est appelé soit coefficient d'agrandissement soit coefficient de réduction.

a) Détermine le coefficient de réduction ou d'agrandissement, quand il existe, permettant de passer du triangle ABC au triangle GEF.

Figure (1): **Coefficient d'agrandissement est 1,5** car $\frac{FG}{AC} = \frac{6}{4} = 1{,}5$.

On a : EF = 1,5 × AB = 1,5 × 3 = 4,5 (cm) et EG = 1,5 × BC = 1,5 × 5 = 7,5 (cm)

Figure (6): **Coefficient d'agrandissement est 2** car $\frac{FG}{AC} = \frac{8}{4} = 2$.

On a : EF = 2 × AB = 2 × 3 = 6(cm) et EG = 2 × BC = 2 × 5 = 10 (cm)

Figure (2) : **Coefficient de réduction 0,8** car $\frac{FG}{AC} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8$.

On a : EF = 0,8 × AB = 0,8 × 3 = 2,4 (cm) et EG = 0,8 × BC = 0,8 × 5 = 4 (cm)

Figure (5): **Coefficient de réduction 0,5** car $\frac{FG}{AC} = \frac{2}{4} = 0{,}5$.

On a : EF = 0,5 × AB = 0,5 × 3 = 1,5 (cm) et EG = 0,5 × BC = 0,5 × 5 = 2,5 (cm)

Que se passe-t-il lorsque toutes les longueurs d'un objet sont multipliées à 1 ?

On obtient un objet ayant les mêmes longueurs

b) Quelle remarque peut-on faire concernant les coefficients de réduction ou d'agrandissement ?

Si le coefficient de proportionnalité entre les longueurs de deux objets est strictement supérieur à 1, alors c'est un coefficient d'agrandissement.
Si le coefficient de proportionnalité entre les longueurs de deux objets est strictement inférieur à 1, alors c'est un coefficient de réduction.

c) Que peux-tu dire sur les angles lors d'une réduction ou d'un agrandissement ?:

Il y a conservation des angles lors d'un agrandissement ou d'une réduction

Exercice n°11 :

On donne le schéma ci-dessous en précisant que :
AB = 2 cm, AD = 6 cm , AC = 4 cm , AE = 12 cm , BC = 3 cm , DE = 9 cm

Complète les phrases à l'aide des propositions suivantes: " un agrandissement" ; " une réduction" ; « $\frac{1}{3}$ » , « 3 »

- Le triangle ADE est **un agrandissement** du triangle ABC de coefficient **3**
- Le triangle ABC est **une réduction** du triangle ADE de coefficient $\frac{1}{3}$

Exercice n°12 :

On considère un quadrilatère EFGH tel que : EF = 5 cm , FG = 4 cm , GH = 6 cm et HE = 7 cm.
On construit un agrandissement de cette figure que l'on nomme ABCD, [AB] étant l'agrandissement de [EF], [BC] celui de [FG], etc.
De plus : AB = 9 cm et BC = 7,2 cm.

1. Détermine le coefficient d'agrandissement.

Coefficient d'agrandissement est 1,8 car $\frac{AB}{EF} = \frac{9}{5} = 1{,}8$.

On vérifie que BC = 7,2 cm : BC = 1,8 × FG = 1,8 × 4 = 7,2 (cm)

2. Calcule les longueurs CD et DA.

CD = 1,8 × GH = 1,8 × 6 = 10,8 (cm)
DA = 1,8 × HE = 1,8 × 7 = 12,6 (cm)

Exercice n°13 :

On considère un triangle ABC tel que : AB = 4 cm , BC = 5 cm et $\widehat{ABC} = 40°$
Construis la réduction de coefficient 0,5 de ce triangle en expliquant la méthode.

Soit A'B'C' la réduction du triangle ABC

Etape 1 : On observe le coefficient de réduction : $\frac{A'B'}{AB} = 0{,}5$

Etape 2 : On applique ce coefficient de réduction au côté [AB] , [BC] : A'B' = AB × 0,5 = 4 ×0,5 = 2 (cm)
B'C' = BC × 0,5 = 5 ×0,5 = 2,5 (cm)

Etape 3 : On fait la construction du triangle A'B'C' sachant que dans une réduction, les angles sont conservés.