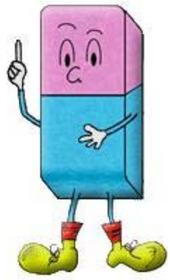
SYNTHESE (THEME 4)



STATISTIQUES

* *

A – <u>MEDIANE : Une caractéristique de position</u>

Définition : **La médiane *m* d'une série statistique est la valeur du caractère qui partage la population de la série en deux parties d'effectifs égaux :**

- **l'une contient les individus pour lesquels le caractère à une valeur supérieure à *m*.**
- **l'autre contient les individus pour lesquels le caractère a une valeur inférieure à *m*.**

<u>**Remarque :**</u> La moyenne est une caractéristique de position.

<u>Déterminer la valeur médiane d'une série sur des observations individuelles.</u>

<u>Enoncé 1 :</u> *Voici les tailles, exprimées en mètres, des quinze membres d'un club de basket :*

1,81 ; 1,91 ; 1,95 ; 1,90 ; 1,94 ; 1,81 ; 1,94 ; 1,95 ; 1,89 ; 1,94 ; 2,01 ; 1,93 ; 1,94 ; 1,83 ; 1,90

Donne la médiane de cette série.

<u>Méthode :</u>

On range les valeurs par ordre croissant :

1,81 – 1,81 – 1,83 – 1,89 - 1,90 – 1,90 – 1,91 – 1,93– 1,94 –1,94 –1,94 – 1,94 – 1,95 – 1,95 – 2,01

Celui du « milieu » est le 8 éme. Sa taille est égale à 1,93 m.

<u>La médiane de la série des tailles est 1,93</u>

Cela signifie qu'à partir de 1,93 m , on est assuré d'avoir englobé la moitié de l'effectif.

<u>Enoncé 2:</u> *On a relevé la portée, en mètres, de huit téléphone sans fil de marques différentes :*

170 ; 300 ; 260 ; 120 ; 200 ; 180 ; 120 ; 120.

Donne une valeur médiane de cette série.

<u>Méthode :</u>

On range les valeurs par ordre croissant :

120 – 120 – 120 – 170 – 180 – 200 – 260 - 300

Il y a un nombre pair de valeurs, puisqu'il y en a huit.

On retient la quatrième et la cinquième valeurs : 170 et 180

Tout nombre compris entre 170 et 180 est une valeur médiane. On prend généralement la moyenne des deux, soit $\dfrac{170+180}{2}$ = 175 (mètres).

B – ETENDUE : Une caractéristique de dispersion.

Définition : **L'étendue d'une série est la différence des valeurs extrêmes observées du caractère.**

Exemple : *On donne les notes, sur 10, de deux groupes de 10 élèves lors d'un devoir en classe.*

Groupe A : 03 - 06 - 04 - 04 - 06 - 07 - 08 - 05 - 06 - 07
Groupe B : 05 - 06 - 04 - 06 - 05 - 04 - 07 - 05 - 06 - 06

L'étendue du groupe A est 5 car 8 – 3 = 5
L'étendue du groupe B est 3 car 7 – 4 = 3
A priori, les notes du groupe A sont plus dispersées que celles du groupe B.

C – QUARTILES

Définition :

• Le premier quartile Q_1 d'une série ordonnée dans l'ordre croissant est la plus petite valeur de la série pour laquelle on obtient le quart de l'effectif : au moins 25 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_1.

• Le troisième quartile Q_3 d'une série ordonnée dans l'ordre croissant est la plus petite valeur de la série pour laquelle on obtient les trois quarts de l'effectif : au moins 75 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q_3.

• La différence $Q_3 - Q_1$ s'appelle écart interquartile.

Remarque : La médiane est le second quartile : au moins 50% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à la médiane.

Détermination des quartiles :

Pour déterminer Q_1, on calcule le quart de l'effectif : $\frac{1}{4} \times \text{effectif}$

→ Si le résultat est entier , on prend la valeur correspondante.
→ Si le résultat n'est pas un entier, on arrondit à la valeur entière par excès.

Pour déterminer Q_2, on calcule les trois quarts de l'effectif : $\frac{3}{4} \times \text{effectif}$

→ Si le résultat est entier, on prend la valeur correspondante.
→ Si le résultat n'est pas un entier, on arrondit à la valeur entière par excès.

Exemple 1 :
Enoncé : Déterminer l'écart interquartile de la série : 10 ; 6 ; 16 ; 14 ; 26 ; 30 ; 6 ; 4 ; 16 ; 22 ; 24 ; 38 ; 12

Solution :
Etape ① : On range dans l'ordre croissant :
4 ; 6 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 16 ; 22 ; 24 ; 26 ; 30 ; 36
L'effectif de cette série est 13

Etape ② : On détermine le premier quartile Q_1 : On calcule $\frac{1}{4}\times 13$

On a : $\frac{1}{4}\times 13=\frac{13}{4}=3{,}25$. On arrondi à l'entier par excès, soit 4.

Q_1 est la 4ème valeur de la série.

Donc : $Q_1 = 10$

Etape③ : On détermine le troisième quartile Q_3 : On calcule $\frac{3}{4}\times 13$

On a : $\frac{3}{4}\times 13=\frac{39}{4}=9{,}75$. On arrondi à l'entier par excès, soit 10.

Q_3 est la 10ème valeur de la série.

Donc : $Q_3 = 24$

Etape ④ : On détermine l'interquartile en calculant $Q_1 - Q_3$

$Q_3 - Q_1 = 24 - 10 = 14$

Exemple 2 :

Enoncé : On a relevé la pointure des élèves de troisième d'un collège.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42
Effectifs	2	21	17	19	13	4	3	1

1° Détermine la moyenne

2° Recopie le tableau et complète par la ligne des effectifs cumulés croissants.

3° Détermine la médiane et interprète le résultat.

4° Détermine les quartiles et interprète le résultat.

Solution :

1° L'effectif total de la série statistique est 80 (2 + 21 + 17 + 19 + 13 + 4 + 3 + 1 = 80).

Soit m la moyenne, on a :

$$m = \frac{35\times 2+36\times 21+37\times 17+38\times 19+39\times 13+40\times 4+41\times 3+42\times 1}{80}=\frac{3009}{80}\approx 37{,}61$$

Conclusion : La pointure moyenne est environ 37,6.

2° Tableau des effectifs cumulés croissants :

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42
Effectifs	2	21	17	19	13	4	3	1
Effectifs cumulés croissants	2	23	40	59	72	76	79	80

3° Détermination de la médiane

Il y a un nombre pair de valeurs, c'est-à-dire 80.

La médiane est la moyenne entre les 40e et 41e valeurs.

La 40e valeur est 37 et la 41e valeur est 38

On a donc $\frac{37+38}{2}=37{,}5$.

La médiane est 37,5.

La moitié des élève ont une pointure inférieure à 37,5 et l'autre moitié supérieure à 37,5

4° Détermination des quartiles

Pour le premier quartile Q_1 : On calcule $\frac{1}{4} \times 80$

On a : $\frac{1}{4} \times 80 = \frac{80}{4} = 20$.

Q_1 est la 20^e valeur de la série.

Donc : $Q_1 = 36$

Au moins $\frac{1}{4}$ des élèves ont une pointure inférieure ou égale à 36

Pour le troisième quartile Q_3 : On calcule $\frac{3}{4} \times 80$

On a : $\frac{3}{4} \times 80 = \frac{240}{4} = 60$.

Q_3 est la 60^e valeur de la série.

Donc : $Q_1 = 39$

Au moins $\frac{3}{4}$ des élèves ont une pointure inférieure ou égale à 39