

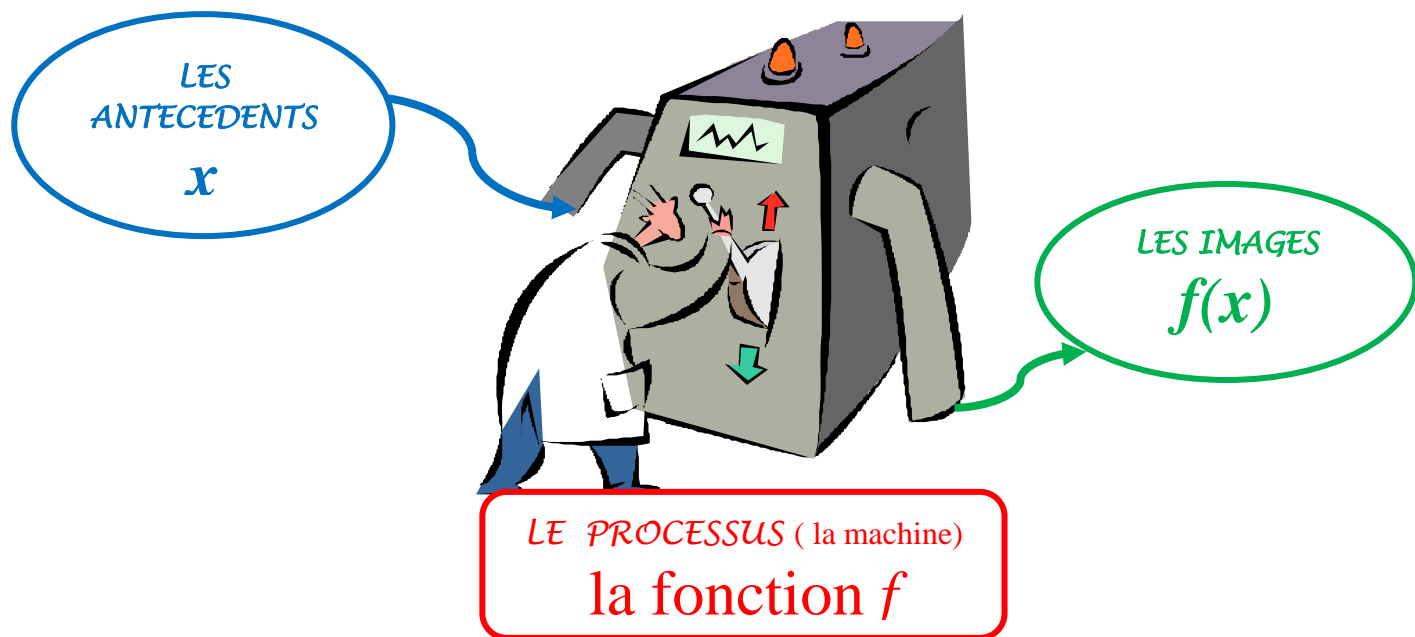


SYNTHESE (THEME 3)

FONCTIONS (1) : NOTIONS de FONCTIONS FONCTION LINEAIRE (1) : REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

A – LA NOTION DE FONCTION

Une fonction f est un processus qui, à un nombre x , fait correspondre un autre et unique nombre $f(x)$.



Notation : $f : x \mapsto f(x)$ (On lit : « fonction f qui à x associe $f(x)$ »)

Vocabulaire : x est un antécédent de $f(x)$
 $f(x)$ est l'image de x par la fonction f

Propriété : Un nombre peut avoir qu'une seule image
Un nombre peut avoir plusieurs antécédents.

Exemple : A un nombre on associe le carré de ce nombre.

Notons cette fonction par une lettre, f par exemple.

Cette fonction peut se noter : $f : x \mapsto x^2$

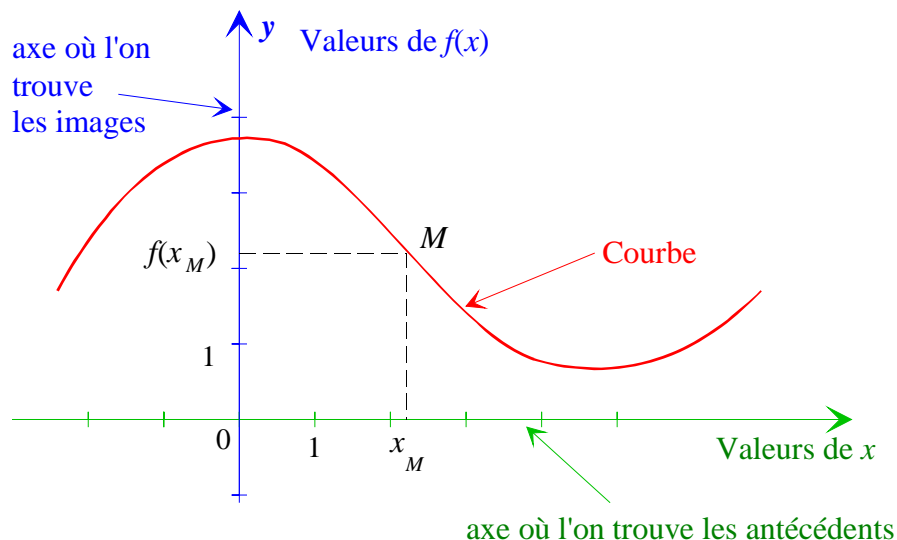
« Le carré de 7 est 49 ». Dans le langage des fonctions, on le traduit par :

- 49 est l'image de 7 par la fonction f . On écrit : $f(7) = 49$
- 7 est un antécédent de 49 par la fonction f .

Remarque : 49 a plusieurs antécédents : 7 et -7

B – REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION

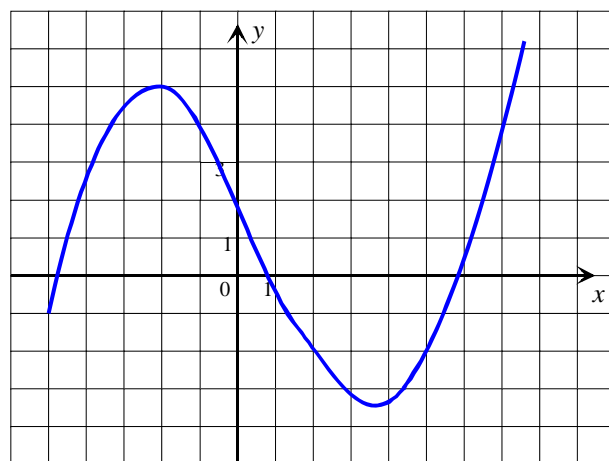
Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction f est formée de tous les points dont les coordonnées sont de la forme $(x; f(x))$ ou encore $(x; y)$ avec $y = f(x)$.



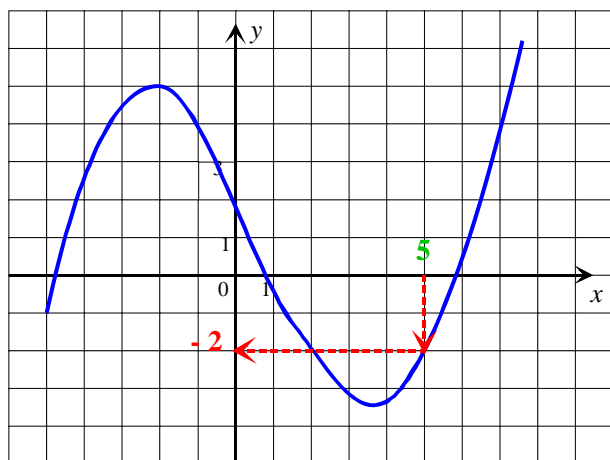
Comment lire sur un graphique :

Énoncé : f est la fonction définie par le graphique ci-contre

1. Lire l'image de 5
2. Lire les antécédents de 4

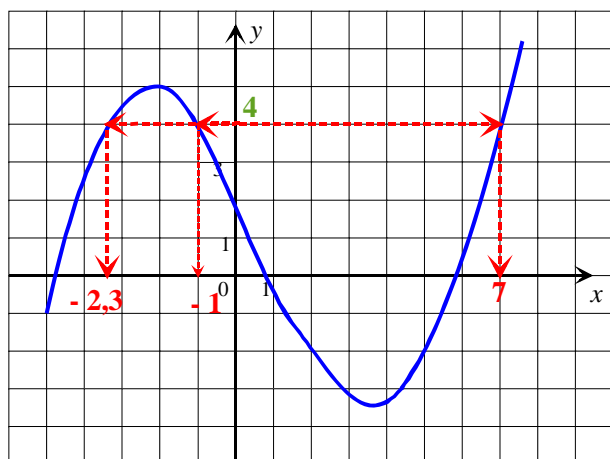


Solution :



1. ① On repère sur l'axe des abscisses le nombre dont on cherche l'image.
 ② On construit à partir du nombre un chemin en pointillés comme ci-contre.
 ③ On lit la valeur de l'image sur l'axe des ordonnées.

Réponse : L'image de 5 est - 2.
 Soit $f(5) = -2$



2. ① On repère le nombre 4 sur l'axe des ordonnées.
 ② On construit à partir du nombre un chemin en pointillés comme ci-contre.
 ③ On lit les valeurs des antécédents sur l'axe des abscisses

Réponse : 4 a trois antécédents - 1 ; - 2,3 et 7

C – CALCULER L'IMAGE D'UN NOMBRE ET UN ANTECEDENT D'UN NOMBRE PAR UNE FONCTION DETERMINEE PAR UNE FORMULE

• Comment calculer l'image d'un nombre

Exemple :

Enoncé : Calculer l'image des nombres -6 et $\sqrt{5}$ par la fonction $f : x \mapsto 3x^2 + 2$

Solution : La fonction f est définie par $f(x) = 3x^2 + 2$

L'image du nombre -6 est $f(-6)$ et l'image du nombre $\sqrt{5}$ est $f(\sqrt{5})$

On a donc :

$$f(-6) = 3 \times (-6)^2 + 2$$

$$f(-6) = 3 \times 36 + 2$$

$$f(-6) = 108 + 2$$

$$f(-6) = 110$$

$$f(\sqrt{5}) = 3 \times (\sqrt{5})^2 + 2$$

$$f(\sqrt{5}) = 3 \times 5 + 2$$

$$f(\sqrt{5}) = 15 + 2$$

$$f(\sqrt{5}) = 17$$

Conclusion : L'image de -6 par la fonction f est 110

L'image de $\sqrt{5}$ par la fonction f est 17

• Comment calculer un antécédent d'un nombre

Exemple :

Enoncé : Calculer l'antécédent du nombre 8 par la fonction $g : x \mapsto -5x - 2$

Solution : La fonction g est définie par $g(x) = -5x - 2$

On doit résoudre l'équation $g(x) = 8$

On a donc :

$$-5x - 2 = 8$$

$$-5x = 8 + 2$$

$$-5x = 10$$

$$x = -\frac{10}{5}$$

$$x = -2$$

Conclusion : L'antécédent du nombre 8 par la fonction g est -2

D – TABLEAU DE VALEURS D'UNE FONCTION

Un tableau de valeurs permet de connaître les valeurs prises par une fonction f pour certaines valeurs de la variable.

Exemple :

Enoncé : On considère la fonction h définie par $h : x \mapsto 3x^2 + 2x - 5$

Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	3
$h(x)$				

Solution : On calcule l'image de chaque nombre

$$h(-2) = 3 \times (-2)^2 + 2 \times (-2) - 5$$

$$h(-2) = 3 \times 4 - 4 - 5$$

$$h(-2) = 3$$

$$h(-1) = 3 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) - 5$$

$$h(-1) = 3 \times 1 - 2 - 5$$

$$h(-1) = -4$$

$$h(0) = 3 \times 0^2 + 2 \times 0 - 5$$

$$h(0) = -5$$

$$h(3) = 3 \times 3^2 + 2 \times 3 - 5$$

$$h(3) = 3 \times 9 + 6 - 5$$

$$h(3) = 28$$

x	-2	-1	0	3
$h(x)$	3	-4	-5	28

E - FONCTION LINEAIRE

E - 1 : DEFINITION ET NOTATION

Soit a un nombre fixé.
On appelle **fonction linéaire de coefficient a** le processus opératoire qui au nombre x associe le produit ax .
« je multiplie par a »

Une fonction linéaire de coefficient a nommée f se note $f : x \mapsto ax$ (On lit « la fonction f qui à x associe ax »)

Exemple 1: La fonction $f : x \mapsto -3x$ est une fonction linéaire de coefficient **-3**

Exemple 2:

Soit la fonction $f : x \mapsto 7x$

x	-2	4	12
$f(x)$	-14	28	84

$$f(-2) = 7 \times (-2) = -14$$

-14 est l'image de -2 par la fonction f ; on note $f(-2) = -14$

$$f(4) = 7 \times 4 = 28$$

28 est l'image de 4 par la fonction f ; on note **$f(4) = 28$**

$$f(12) = 7 \times 12 = 84$$

Une fonction linéaire traduit une relation de proportionnalité

Exemple : mouvement uniforme

Lors du test d'une voiture roulant à vitesse constante sur un circuit, les mesures ont permis de réaliser le tableau



Durée t du parcours (en h)	$\frac{3}{4}$	2,5	4
Distance parcourue (en km)	120	400	640

$\times 160$

Le coefficient de proportionnalité est : $\frac{640}{4} = 160$

Si t est la durée du parcours, le calcul $160 t$ représente la distance parcourue pour une durée t

Cette situation de proportionnalité est associée à une **fonction linéaire de coefficient 160**.

On note cette fonction $t \mapsto 160 t$.

E - 2 : REPRESENTATION GRAPHIQUE

La représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite** qui passe **par l'origine du repère**.

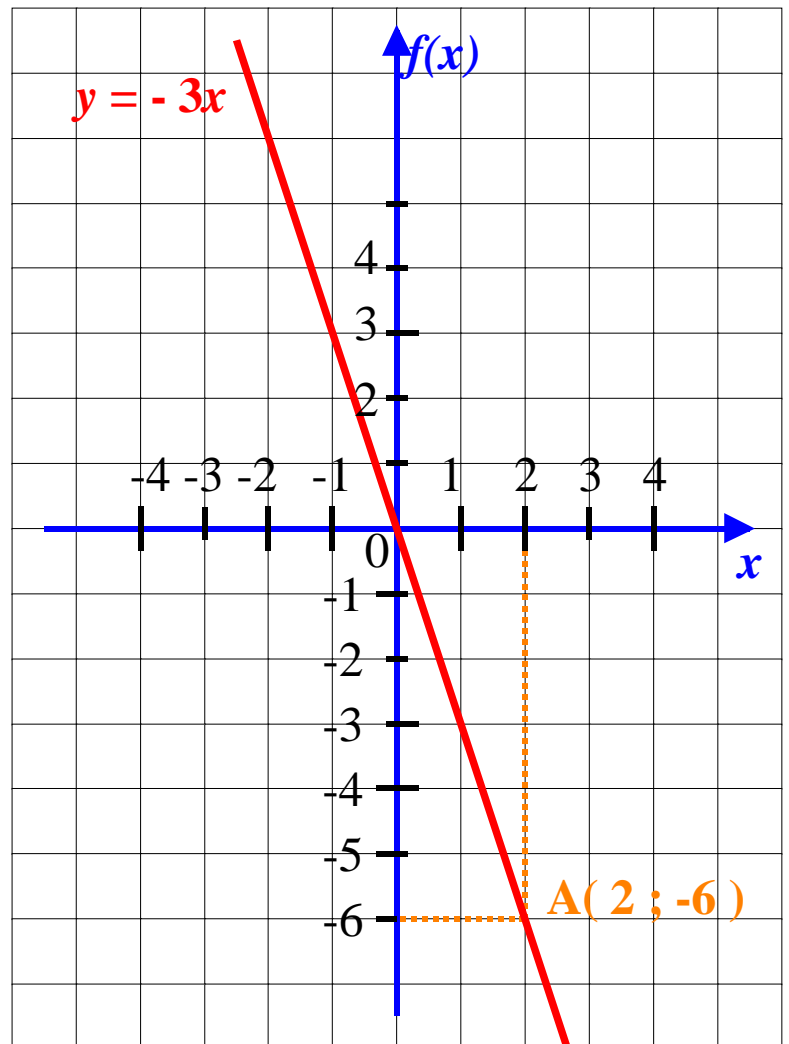
Exemple :

La représentation graphique de la fonction linéaire $f: x \mapsto -3x$ est la droite D passant par l'origine et par le point $A(2 ; -6)$

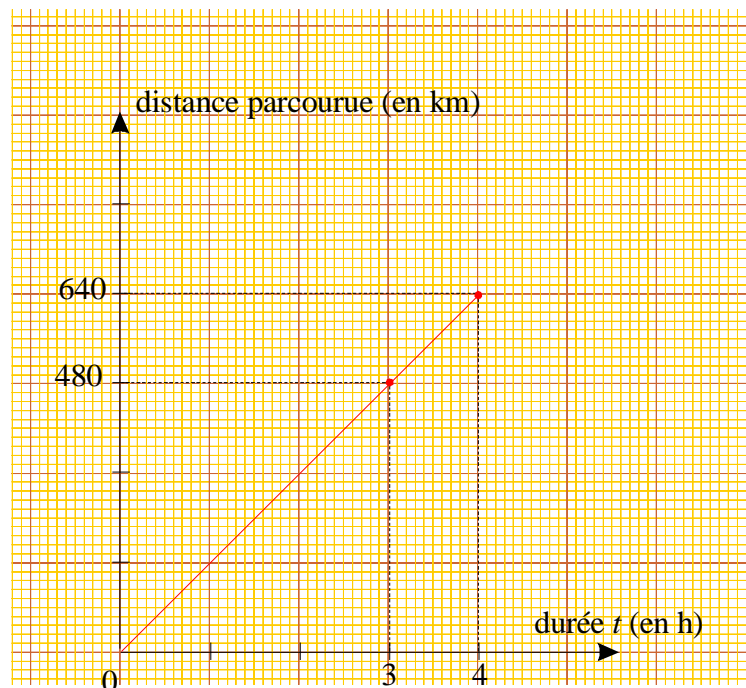
En effet $f(2) = -3 \times 2 = -6$

La droite D a alors pour équation $y = -3x$

et on dit que -3 est le **coefficient directeur** de la droite D .



Exemple : Mouvement uniforme (suite)

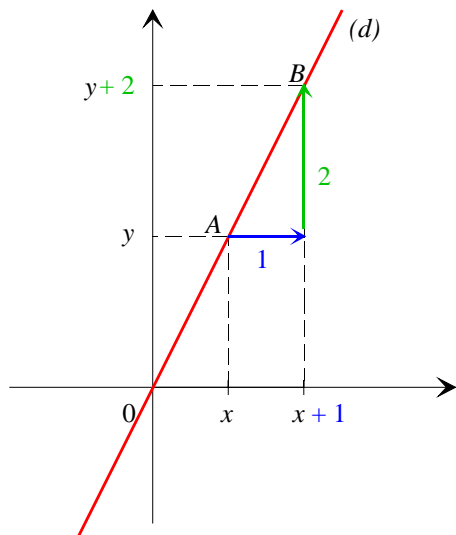


E - 3 : INTERPRETATION DU COEFFICIENT DIRECTEUR D'UNE DROITE

- Cas ou le coefficient directeur est positif : $a > 0$

On considère la fonction f définie par : $f : x \mapsto 2x$

La droite (d) est la représentation graphique de la fonction f .



Le coefficient directeur de la droite (d) est : **2**

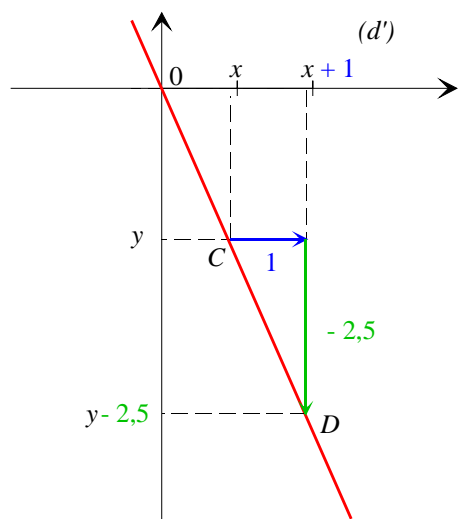
Soit A un point quelconque de la droite (d) .

Si on **augmente de 1** son abscisse et si on **augmente de 2** son ordonnée, on obtient les coordonnées d'un nouveau point B de la droite.

- Cas ou le coefficient directeur est négatif : $a < 0$

On considère la fonction f définie par : $g : x \mapsto -2,5x$

La droite (d') est la représentation graphique de la fonction f .



Le coefficient directeur de la droite (d') est : **-2,5**

Soit C un point quelconque de la droite (d') .

Si on **augmente de 1** son abscisse et si on **diminue de 2,5** son ordonnée, on obtient les coordonnées d'un nouveau point D de la droite.