



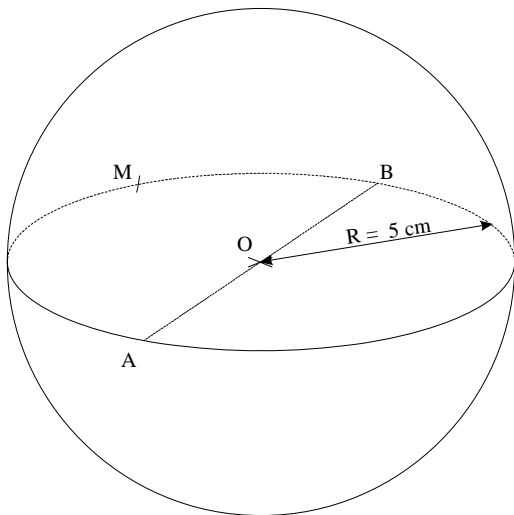
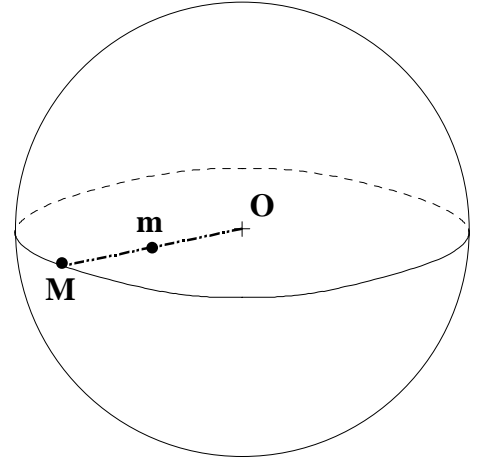
Thème 19: ESPACE (3) : LA SPHERE ET LA BOULE

A - DEFINITIONS: LA SPHERE ET LA BOULE

La sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que: $OM = r$

La boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points m de l'espace tels que: $Om \leq r$

Un grand cercle d'une sphère de centre O et de rayon r est un cercle de centre O et de rayon r .



Exemple :

- Tous les points de cette **sphère** (comme A, B et M) sont à 5 cm de O ;
- **la boule** de centre O et de rayon 5 cm est en fait la sphère et son intérieur ;
- on dit que A et B sont diamétralement opposés.

B - AIRE ET VOLUME

L'aire d'une sphère de rayon r est : $A = 4 \pi r^2$

Le volume d'une boule de rayon r est : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Exemples :

- Calcul d'une sphère de rayon 5 cm

On a : $4 \times \pi \times 5^2 = 4 \times \pi \times 25 = 100 \pi \approx 314,16$ (en cm^2).

La sphère de 5 cm de rayon a une aire de $314,16 \text{ cm}^2$ environ.

- Calcul du volume d'une boule de 5 cm de rayon.

On a : $\frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 125 = \frac{500 \pi}{3} \approx 523,6$ (en cm^3).

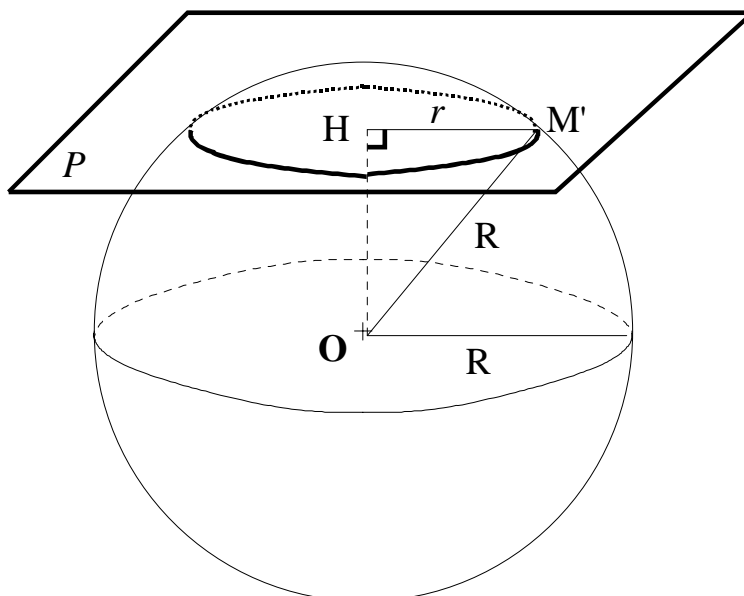
La boule de 5 cm de rayon a un volume de $523,6 \text{ cm}^3$ environ.

C - SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN

La section d'une sphère par un plan est un **disque**

La section de la sphère de centre O et de rayon R par le plan P est le cercle :

- de centre H , H étant le point d'intersection du plan P et de la droite perpendiculaire à P passant par O ;
- de rayon : $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$



Exemple : on sectionne une sphère de rayon $R = 10$ cm par un plan situé à une distance $h = 8$ cm de O .

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon r .

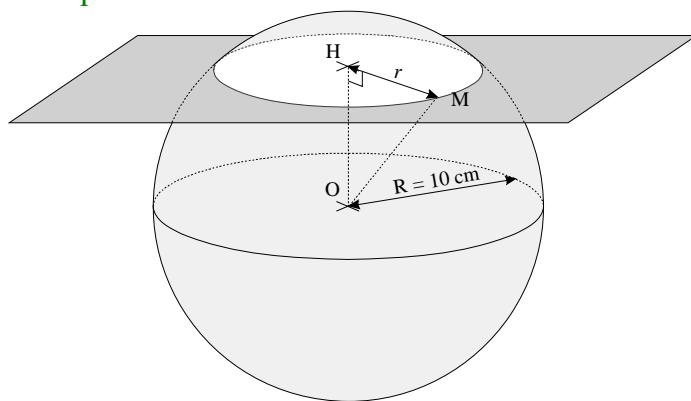
OHM est rectangle en H , donc d'après le théorème de Pythagore on a : $OM^2 = OH^2 + HM^2$

M est un point de la sphère, donc $OM = R$.

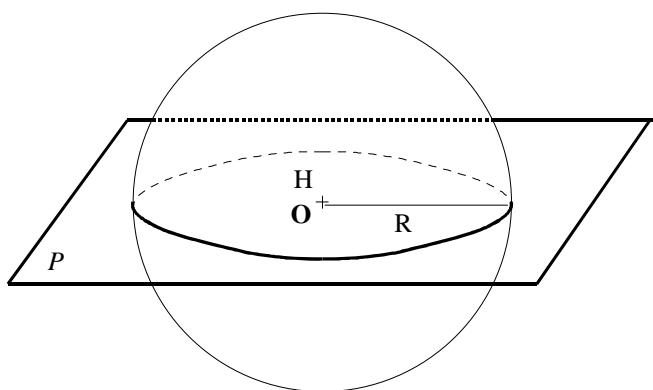
$$R^2 = h^2 + r^2$$

$$r^2 = R^2 - h^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36.$$

$$\text{Donc } r = \sqrt{36} = 6 \text{ (en cm).}$$



CAS PARTICULIERS



1. Le plan passe par le centre de la sphère : H et O sont confondus et la section est un **grand cercle**.

2. $OH = R$: la sphère et le plan n'ont qu'un seul point commun, A .

Le plan est **tangent** à la sphère au point A .

