

## Thème N°15 :

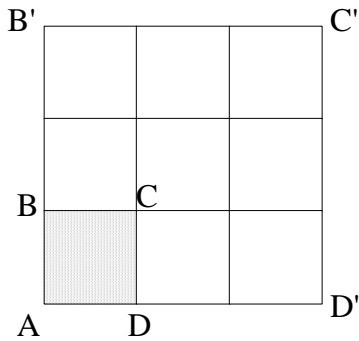
# PROPORTIONNALITE (3) GRANDEUR COMPOSEES

### A - AGRANDISSEMENT - REDUCTION

Si, au cours d'un agrandissement ou d'une réduction, les dimensions d'une figure sont toutes multipliées par un même nombre  $k$ , alors :

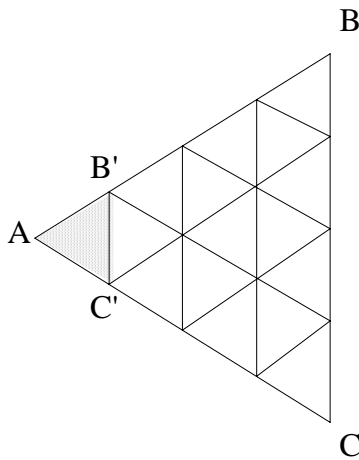
- les aires sont multipliées par  $k^2$
- les volumes sont multipliés par  $k^3$

#### Exemples :



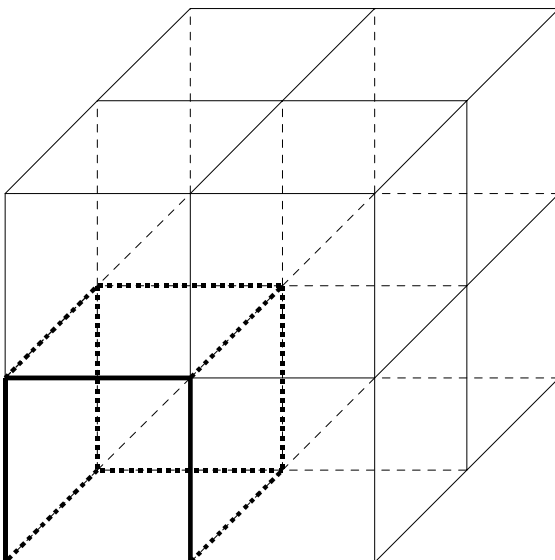
Le carré  $AB'C'D'$  s'obtient en multipliant par 3 le côté du carré  $ABCD$ , donc :

$$\begin{aligned}\text{Aire}(AB'C'D') &= 3^2 \times \text{aire}(ABCD) \\ &= 9 \times \text{aire}(ABCD)\end{aligned}$$



Le triangle  $AB'C'$  s'obtient en multipliant par  $\frac{1}{4}$  les côtés du triangle  $ABC$ , donc :

$$\begin{aligned}\text{Aire}(AB'C') &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \text{aire}(ABC) \\ &= \frac{1}{16} \times \text{aire}(ABC)\end{aligned}$$



Le grand cube s'obtient en multipliant par 2 le côté du petit cube, donc :

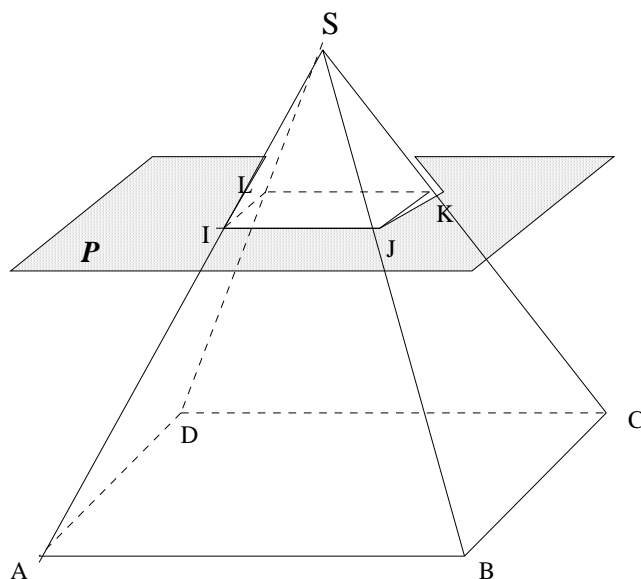
$$\text{Volume}(\text{grand cube}) = 2^3 \times \text{volume}(\text{petit cube})$$

$$\text{Volume}(\text{grand cube}) = 8 \times \text{volume}(\text{petit cube})$$

## **B - SECTION D'UNE PYRAMIDE ET D'UN CONE**

### **B - 1 LA PYRAMIDE**

**La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone qui est une réduction du polygone de base.**



La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.

Le rapport de réduction est :

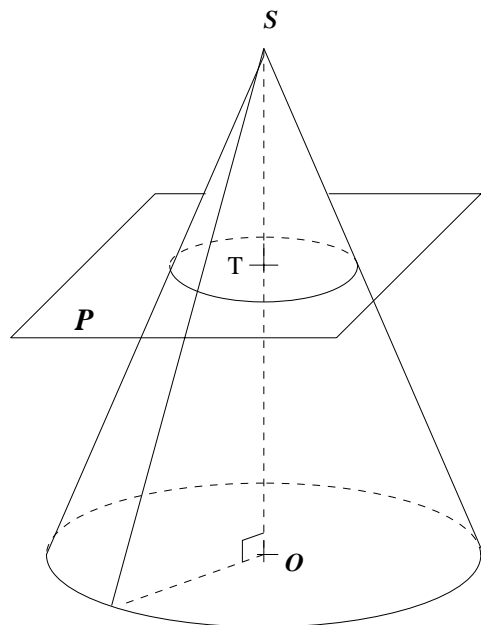
$$k = \frac{SI}{SA} \quad (k < 1)$$

De même, la grande pyramide est l'agrandissement de la petite pyramide dans le rapport :

$$k' = \frac{SA}{SI} \quad (k > 1)$$

### **B - 2 LE CONE**

**La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.**



Le cône de sommet S et de base le disque de diamètre [A'B'] est une réduction du cône de sommet S et de base le disque de diamètre [AB].

Le rapport de réduction est :

$$k = \frac{SA'}{SA} \quad (k < 1)$$

De même, le grand cône est l'agrandissement du petit cône dans le rapport :

$$k' = \frac{SA}{SA'} \quad (k > 1)$$

## **B - 3 COMMENT REDIGER**

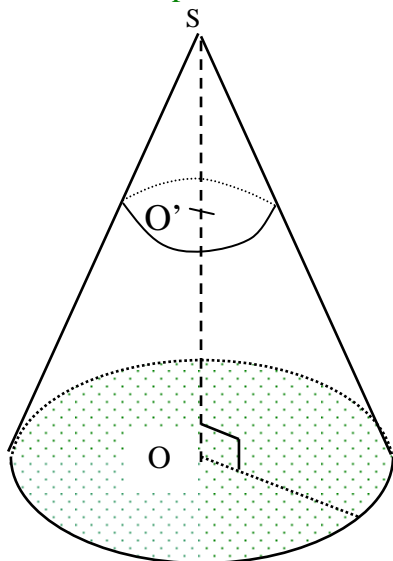
### **Enoncé :**

On réalise la section d'un cône de hauteur  $OS = 6$  cm par un plan parallèle à la base tel que  $SO' = 2$  cm.

On donne le volume du grand cône :  $V = 43,2$  cm<sup>3</sup>

Et l'aire de la base  $A = 21,6$  cm<sup>2</sup>.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer le volume  $V'$  du petit cône et l'aire  $A'$  de sa base.



### **Solution :**

1. **La section obtenue est un disque** de centre O'. En effet, la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.
2. Le cône de sommet S et de hauteur SO' est une réduction du cône de sommet S et de hauteur OS.

Le coefficient de réduction est :  $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Le petit cône étant une réduction du grand cône dans le rapport  $\frac{1}{3}$ , donc :

$$V' = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V = \frac{1}{27} \times 43,2 = 1,6$$

**Le volume du petit cône est 1,6 cm<sup>3</sup>.**

$$A' = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times A = \frac{1}{9} \times 21,6 = 2,4$$

**L'aire du petit cône est 2,4 cm<sup>2</sup>.**

## **C - POURCENTAGES**

### **C - 1 : Calcul d'une grandeur après une augmentation**

Si  $x$  est le prix initial d'un objet à qui on fait subir une augmentation de  $t$  %, alors le prix final est égal au prix initial multiplié par  $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

En effet  $x + x \times \frac{t}{100} = x \left(1 + \frac{t}{100}\right)$

$\left(1 + \frac{t}{100}\right)$  est le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de  $t$  %.

Exemple : Un objet dont le prix affiché est 68 € subit une augmentation de 3 %.  
Quel sera le prix de cet objet après augmentation ?

On a :  $68 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 68 \times 1,03 = 70,04$

Conclusion : Après une augmentation de 3 % le prix de l'objet sera 70,04 euros

### **C - 2 : Calcul d'une grandeur après une diminution ( une réduction )**

Si  $x$  est le prix initial d'un objet à qui on fait subir une réduction de  $t$  %, alors le prix final est égal au prix initial multiplié par  $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

En effet  $x - x \times \frac{t}{100} = x \left(1 - \frac{t}{100}\right)$

$\left(1 - \frac{t}{100}\right)$  est le coefficient multiplicateur associé à une diminution de  $t$  %.

Exemple : Un objet dont le prix affiché est 43 € subit une réduction de 4 %.  
Quel sera le prix de cet objet après réduction ?

On a :  $43 \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 43 \times 0,96 = 41,28$

Conclusion : Après une réduction de 4 % le prix de l'objet sera 41,28 euros

### **C - 3 : Calculer un pourcentage d'augmentation – de diminution**

Pour calculer le pourcentage d'augmentation :  $\frac{\text{augmentation} \times 100}{\text{Prix de départ}}$

Pour calculer le pourcentage de diminution :  $\frac{\text{diminution} \times 100}{\text{Prix de départ}}$

Exemple : Dans un magasin le prix d'un article passe de 25 € à 28 € Calculer le pourcentage d'augmentation.  
L'augmentation est :  $28 - 25 = 3$

Le pourcentage d'augmentation est :  $\frac{3 \times 100}{25} = 12$

Conclusion : Le pourcentage d'augmentation est 12 %

### **D - GRANDEURS COMPOSEES ; UNITES DERIVEES**

Certaines grandeurs se mesurent directement / Les longueurs ( en cm ), en m ... ), les durées ( en h, en s ... )

On les appelle des **grandeurs simples**

D'autres grandeurs s'expriment en fonction de ces grandeurs simples : On les appelle des **grandeurs composées**. ( On trouve des **grandeurs quotients** et des **grandeurs produits** )

### D – 1 : **GRANDEUR QUOTIENT** : *Exemples*

#### • **Le débit**

$$\text{Débit} = \frac{\text{Volume}}{\text{Temps}}$$

Si le volume de liquide écoulé est exprimé en mètres cubes ( ou en litres) et si le temps d'écoulement est exprimé en secondes, alors, le débit est exprimée en  $\text{m}^3/\text{s}$  ou  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ .

**Exemple :** Le débit d'une source est égal à 1,2 L/s ; exprimer ce débit en  $\text{m}^3/\text{h}$

On convertit l'unité de volume :  $1,2 \text{ L} = 1,2 \text{ dm}^3 = 0,0012 \text{ m}^3$   
Donc  $1,2 \text{ L/s} = 0,0012 \text{ m}^3/\text{s}$

On convertit l'unité de temps :  $1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$   
Donc en 3600 s, il coule  $0,0012 \times 3\,600 \text{ m}^3$  soit  $4,32 \text{ m}^3$

**Conclusion :**  $1,2 \text{ L/s} = 4,32 \text{ m}^3/\text{h}$ .

#### • **La masse volumique**

La masse volumique d'un corps est le quotient de sa masse par son volume :  $\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}}$

Unités utilisées :  $\text{g/cm}^3$  ;  $\text{kg/m}^3$

**Exemple :** Un bloc de fer a une masse volumique de  $8 \text{ g/cm}^3$ . Convertir la masse volumique en  $\text{kg/m}^3$

On convertit l'unité de masse :  $8 \text{ g} = 0,008 \text{ kg}$   
Donc  $8 \text{ g/cm}^3 = 0,008 \text{ kg/cm}^3$

On convertit l'unité de volume :  $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 10^6$   
Donc pour  $10^6 \text{ cm}^3$ , la masse est de  $0,008 \times 10^6 \text{ kg}$  soit  $8\,000 \text{ kg}$

**Conclusion :**  $8 \text{ g/cm}^3 = 8\,000 \text{ kg/m}^3$ .

#### • **La vitesse**

$$\text{Vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$

- Si la distance « d » est exprimée en kilomètres et le temps « t » en heures, alors la vitesse « v » est exprimée en kilomètres par heure notée  $\text{km/h}$  ou  $\text{km.h}^{-1}$
- Si la distance « d » est exprimée en mètres et le temps « t » en secondes, alors la vitesse « v » est exprimée en mètres par seconde notée  $\text{m/s}$  ou  $\text{m.s}^{-1}$

**Exemple :** Exprimer une vitesse de  $90 \text{ km/h}$  en  $\text{m/s}$

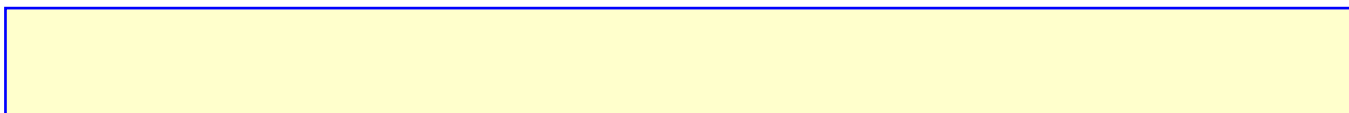
On convertit l'unité de distance :  $90 \text{ km} = 90\,000 \text{ m}$   
Donc  $90 \text{ km/h} = 90\,000 \text{ m/h}$

On convertit l'unité de temps :  $1 \text{ s} = 1/3600 \text{ h}$   
Donc pour  $1/3600 \text{ h}$ , la distance parcourue est de  $90\,000 \times 1/3600 \text{ m}$  soit  $25 \text{ m}$

**Conclusion :**  $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ .

### D – 2 : **GRANDEUR PRODUIT** : *Exemples*

#### • **L'énergie électrique**



L'énergie électrique est l'énergie  $E$  consommée par un appareil électrique de puissance  $P$  pendant une durée  $t$ .

$$E = P \times t$$

Si la puissance  $P$  est exprimée en watt (  $W$  ) et la durée en heure (  $h$  ),  
l'énergie  $E$  sera exprimée en Wattheure (  $Wh$  ).

**Exemple :** La puissance électrique d'un fer à repassé est de 1 kW. Calculer l'énergie électrique kWh transformée par le fer à repasser en 15 minutes.

On convertit l'unité de temps : 1 h = 60 min

$$\text{Donc pour 15 min} = 15 / 60 \text{ h} = 0,25 \text{ h}$$

Donc avec  $P = 1 \text{ kW}$  et  $t = 0,25 \text{ h}$ , on a :  $E = P \times t = 1 \times 0,25 = 0,25$

**Conclusion :** Le fer à repassé dépense une énergie de 0,25 kWh

- **L'aire d'une surface**

Par exemple, l'aire «  $A$  » d'un rectangle de longueur «  $L$  » et de largeur «  $l$  », exprimées en mètres, est obtenue en faisant le produit de «  $L$  » par «  $l$  ». Cette aire «  $A$  » est exprimée en  $m \times m$ , c'est-à-dire en  $m^2$ .

- **Le volume d'un solide**

Par exemple, le volume «  $V$  » d'un pavé droit de dimensions «  $a$  », «  $b$  » et «  $c$  », exprimées en centimètres, est obtenu en faisant le produit  $a \times b \times c$

Ce volume «  $V$  » est exprimé en  $cm \times cm \times cm$ .