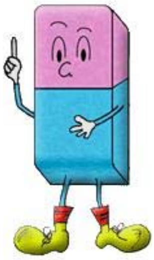

SYNTHESE EQUATIONS (5) - SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES – FONCTIONS (3)

* *

A - SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES

Exemple :

$\begin{cases} 2x-5y=12 & (E_1) \\ 3x+4y=-5 & (E_2) \end{cases}$ est un **système de deux équations à deux inconnues**.

- Résoudre ce système, c'est trouver tous les **couples (x ; y)** qui vérifient simultanément les équations (E_1) et (E_2).
- Autrement-dit, c'est trouver toutes les **solutions** communes aux équations (E_1) et (E_2).

B – METHODES DE RESOLUTION D'UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES.

B – 1 Résolution d'un système par substitution

Exemple : Résoudre le système $\begin{cases} x-2y=3 & (E_1) \\ 4x+5y=12 & (E_2) \end{cases}$

- On exprime x en fonction de y dans (E_1) : $x = \mathbf{2y+3}$ (E'_1).
- On remplace x par $\mathbf{2y+3}$. dans (E_2) :

$$\begin{aligned} 4(2y+3)+5y &= 12 \\ \mathbf{8y+12}+5y &= 12 \\ 13y &= 12-\mathbf{12} \\ 13y &= \mathbf{0} \\ y &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

- On remplace y par 0 dans (E'_1) :

$$\begin{aligned} x &= \mathbf{2\times 0+3} \\ x &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

Vérification :

(E_1) $3-2\times 0=3-0=3$

(E_2) $4\times 3+5\times 0=12+0=12$

Conclusion : **La solution du système est le couple** $(3;0)$

B – 2 Résolution par combinaison

Exemple : Résoudre le système $\begin{cases} 3x + 2y = 0 & (E_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases}$

Calcul de x :

- On multiplie les deux membres de l'équation (E_1) par **- 4** ; on recopie (E_2) . On additionne membre à membre les équations, puis on calcule x.

$$\begin{cases} -12x - 8y = 0 & (E'_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases}$$

$$-6x = 24$$

$$x = -4$$

Calcul de y :

- On multiplie les deux membres de l'équation (E_1) par **- 2** ; on recopie (E_2) . On additionne membre à membre les équations, puis on calcule y.

$$\begin{cases} -6x - 4y = 0 & (E'_1) \\ 6x + 8y = 24 & (E_2) \end{cases}$$

$$4y = 24$$

$$y = 6$$

Vérification : Pour $x = -4$ et $y = 6$

(E_1) $\quad 3 \times (-4) + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0$

(E_2) $\quad 6 \times (-4) + 8 \times 6 = -24 + 48 = 24$

Conclusion : **La solution du système est le couple (- 4 ; 6).**

C - DETERMINER LA FORME ALGEBRIQUE D'UNE FONCTION

C-1) DETERMINER L'EXPRESSION ALGEBRIQUE D'UNE FONCTION LINEAIRE

Exemple : Une fonction linéaire est telle que $f(4) = 8$
Déterminer son coefficient a ; exprimer $f(x)$ en fonction de x.

Solution : f est une fonction linéaire donc de la forme $f(x) = a\,x$
Par hypothèse, l'image de **4** est **8**.
Le coefficient a est donc : $a \times \mathbf{4} = \mathbf{8}$

$$a = \frac{8}{4} = 2$$

La forme algébrique de la fonction f est donc $f(x) = 2x$

C-2) DETERMINER L' EXPRESSION ALGEBRIQUE D' UNE FONCTION AFFINE

Exemple Une fonction affine f est telle que : $f(2) = 5$ et $f(-4) = -1$.
Déterminer la forme algébrique de la fonction f.

Solution : METHODE 1 : Utiliser un système d'équations

f est une fonction affine donc de la forme $f(x) = ax + b$.
Il s'agit donc de déterminer a et b.
L'image de 2 est 5 , donc **$2a + b = 5$ (E_1)**
L'image de - 4 est - 1 , donc **$-4a + b = -1$ (E_2)**
On résout le système formé des équations (E_1) et (E_2).

$$\begin{cases} 2a + b = 5 & (E_1) \\ -4a + b = -1 & (E_2) \end{cases}$$

On multiplie par (-1) l'équation (E_2) puis on ajoute membre à membre les deux équations pour obtenir une égalité ne comportant que la seule inconnue a.(On peut aussi soustraire les deux égalités)

$$\begin{array}{c} 2a + b = 5 \\ 4a - b = 1 \\ \hline 6a = 6 \\ a = 1 \end{array}$$

On multiplie par 2 l'équation (E_1) puis on ajoute membre à membre les deux équations pour obtenir une égalité ne comportant que la seule inconnue b.(On peut aussi soustraire les deux égalités)

$$\begin{array}{c} 4a + 2b = 10 \\ -4a + b = -1 \\ \hline 3b = 9 \\ b = 3 \end{array}$$

La forme cherchée est donc la fonction affine définie par $f(x) = x + 3$

METHODE 2 : On cherche le coefficient directeur

f est une fonction affine donc de la forme $f(x) = ax + b$.
Il s'agit donc de déterminer a et b.

Calcul du coefficient directeur : $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ avec $x_1 = 2$ et $x_2 = -4$

$f(x_1) = f(2) = 5$. et $f(x_2) = f(-4) = -1$.

Soit $a = \dfrac{f(-4) - f(2)}{-4-2} = \dfrac{-1-5}{-4-2} = \dfrac{-6}{-6} = 1$

Calcul de b :
L'image de 2 est 5 , donc $2a + b = 5$ et comme $a = 1$, alors

$$\begin{aligned} 2 \times 1 + b &= 5 \\ 2 + b &= 5 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

La forme cherchée est donc la fonction affine définie par $f(x) = x + 3$