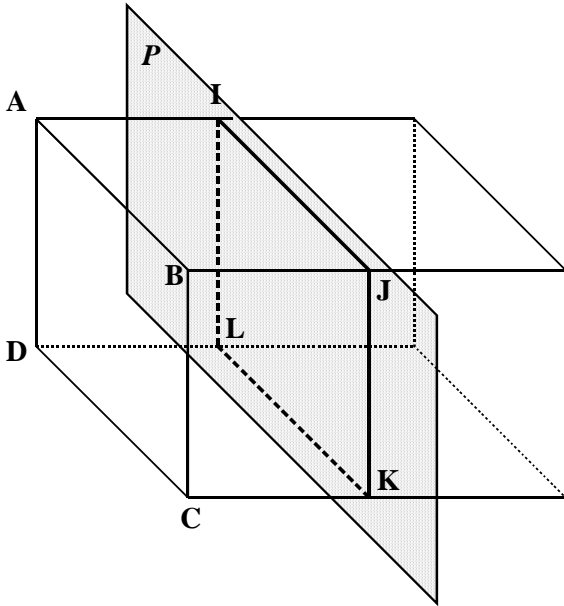


ESPACE (2) : SECTIONS (1)

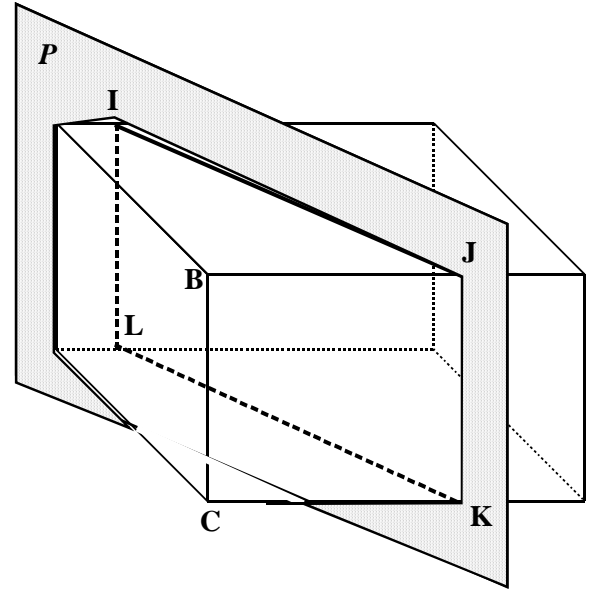
SECTIONS DU CUBE - DU PAVE - DU CYLINDRE DE REVOLUTION - D'UN CONE DE REVOLUTION (2) et D'UNE PYRAMIDE (2)

A - SECTIONS D'UN PAVE DROIT PAR UN PLAN

**La section d'un pavé droit par un plan (P) parallèle à une face est un rectangle.
La section d'un pavé droit par un plan (P) parallèle à une arête est un rectangle.**



Le plan P est parallèle à la face $ABCD$.
 $IJKL$ est un rectangle .



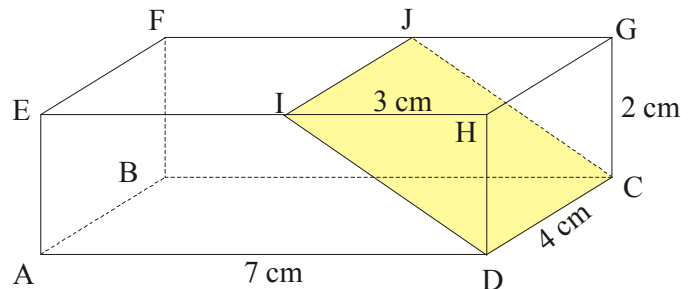
Le plan P est parallèle à l'arête $[BC]$.
 $IJKL$ est un rectangle

Exemple :

Enoncé :

ABCDEFGH est un pavé droit que l'on a coupé par un plan parallèle à l'arête $[GH]$, avec $IH = 3$ cm.

1. Quelle est la nature de la section $IJCD$?
2. Dessine-la en vraie grandeur.
3. Calcule son aire, puis arrondis-la au mm^2 près.



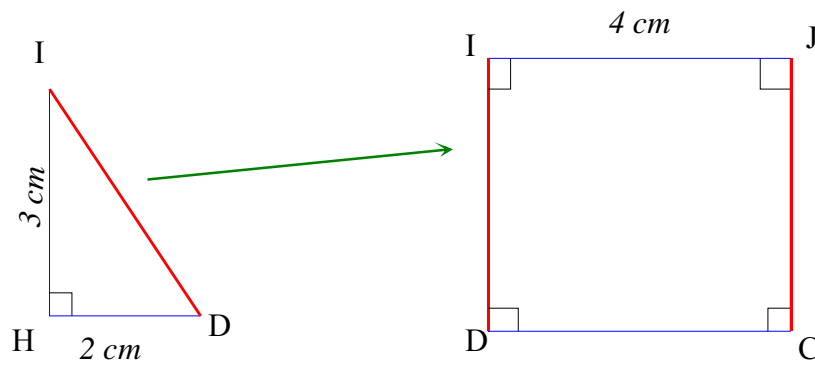
Solution :

1. Nature de la section $IJCD$

Sachant que la section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle, alors $IJCD$ est un rectangle.

2. Dessin en vraie grandeur de la section

On commence par construire le triangle IHD (ce qui permettra de reporter la longueur ID), puis le rectangle IJCD.



3. Calcul de l'aire de la section

Calculons d'abord la longueur du côté [ID]

Comme EHDA est un rectangle car le solide ABCDEFGH est un pavé, alors le triangle IHD est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$ID^2 = HD^2 + HI^2$$

$$ID^2 = 2^2 + 3^2$$

$$ID^2 = 4 + 9$$

$$ID^2 = 13$$

$$ID = \sqrt{13}$$

$$ID \approx 3,6$$

$$\text{Donc : } ID = \sqrt{13} \text{ cm ou } ID \approx 3,6 \text{ cm}$$

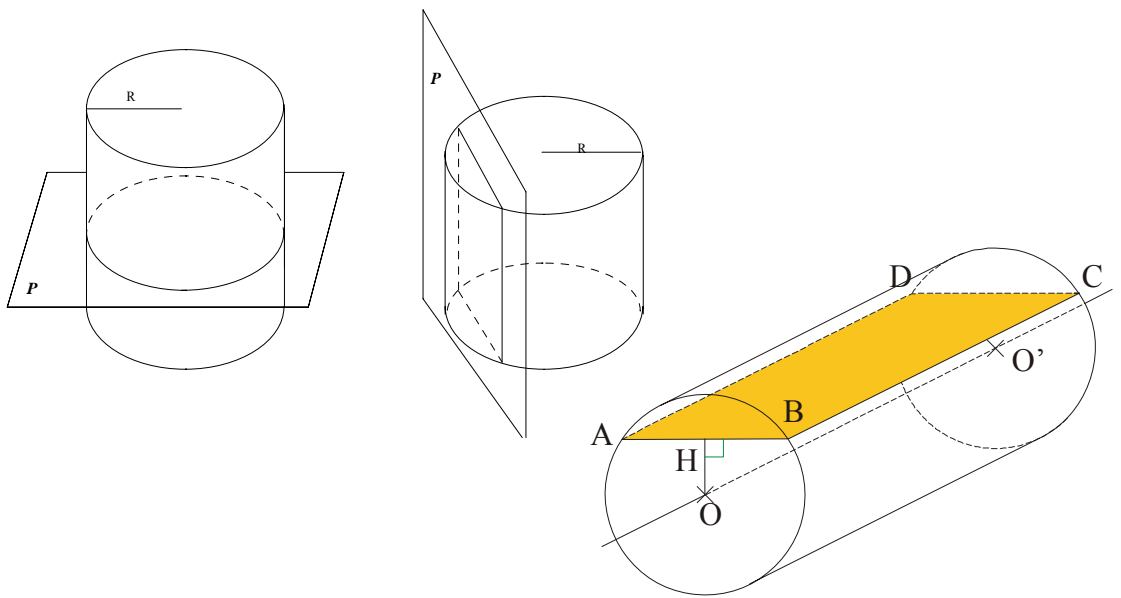
L'aire de la section est donc égale à $IJ \times ID = 4 \times \sqrt{13} \approx 4 \times 3,6 \approx 14,4$

Conclusion : L'aire de la section est $4 \sqrt{13} \text{ cm}^2$ ou environ $14,4 \text{ cm}^2$

B - SECTIONS D'UN CYLINDRE PAR UN PLAN

La section d'un cylindre de rayon R par un plan (P) perpendiculaire à l'axe est un disque de rayon R dont le centre appartient à l'axe.

La section d'un cylindre par un plan (P) parallèle à l'axe est un rectangle.



Exemple :

Enoncé :

On coupe un cylindre par un plan P parallèle à son axe OO'.
La hauteur du cylindre est 15 cm, sa base a pour rayon 7 cm.
La distance de O au plan P est OH = 3 cm.

1. Quelle est la nature de la section ABCD ?
2. Calcule ses dimensions.

Solution :

1. Nature de la section ABCD.

Sachant que la section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle, alors ABCD est un rectangle.

2. Dimensions de la section ABCD

BC est égale à la hauteur du cylindre soit 15 cm.

Calcul de AB

Dans le triangle OHB rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$OB^2 = OH^2 + HB^2$$

$$7^2 = 3^2 + HB^2$$

$$49 = 9 + HB^2$$

$$HB^2 = 49 - 9$$

$$HB^2 = 40$$

$$HB = \sqrt{40}$$

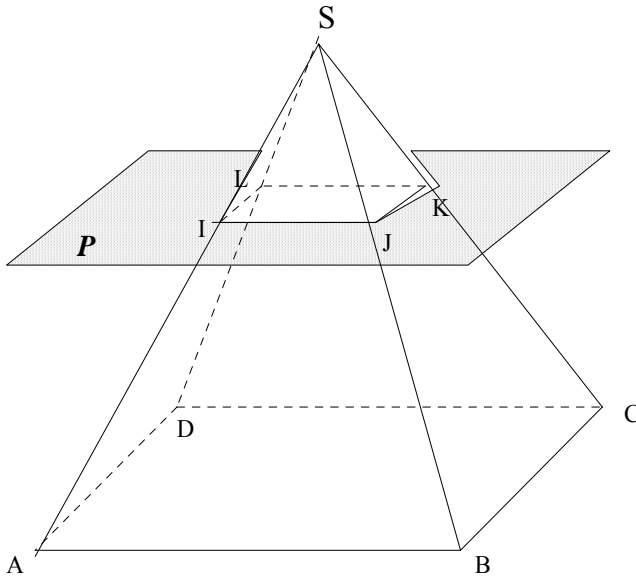
Comme OA = OB (car il s'agit de deux rayons d'un même cercle), alors le triangle OAB est isocèle en O et donc la hauteur est aussi la médiane.

Ainsi H est le milieu de [AB] et donc $AB = 2 \times \sqrt{40}$

Conclusion : **Les dimensions du rectangle ABCD sont 15 cm et $2\sqrt{40}$ cm**

C - 1 LA PYRAMIDE

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone qui est une réduction du polygone de base.

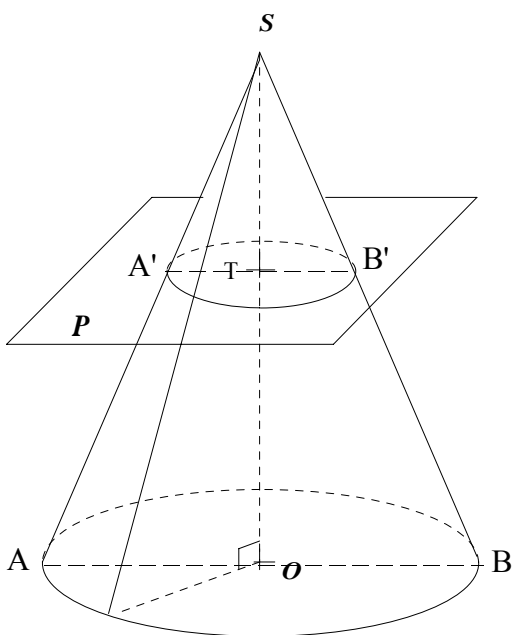


La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.

De même, la grande pyramide est l'agrandissement de la petite pyramide.

C - 2 LE CONE

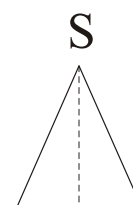
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.



Le cône de sommet S et de base le disque de diamètre $[A'B']$ est une réduction du cône de sommet S et de base le disque de diamètre $[AB]$.

De même, le grand cône est l'agrandissement du petit cône.

Exemple :



Énoncé :

On a représenté un cône et une section parallèle à la base.

$SO = 72 \text{ cm}$ et $SO' = 36 \text{ cm}$.

Le rayon $[O'A']$ de la section mesure 24 cm .

1. Calcule le rayon OA de la base du cône.
2. Calcule le volume V_1 du grand cône,
puis le volume V_2 du petit cône.

Solution

1. Calcul du rayon OA

Sachant que **la section du cône est parallèle à la base alors** les droites $(O'A')$ et (OA) sont parallèles.

De plus les droites $(O'O)$ et $(A'A)$ sont sécantes en S .

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA}$

D'où $\frac{36}{72} = \frac{24}{OA}$ soit $OA = \frac{72 \times 24}{36} = 48$

Conclusion : $OA = 48 \text{ cm}$

2. Calcul du volume V_1 du grand cône

Le volume d'un cône est définie par $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

On a : $V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times OA^2 \times SO = \frac{1}{3} \times \pi \times 48^2 \times 72 = 55\,296\pi$

Conclusion : $V_1 = 55\,296\pi \text{ cm}^3$

Calcul du volume V_2 du petit cône

Le volume d'un cône est définie par $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

On a : $V_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times OA'^2 \times SO' = \frac{1}{3} \times \pi \times 24^2 \times 36 = 6\,912\pi$

Conclusion : $V_2 = 6\,912\pi \text{ cm}^3$