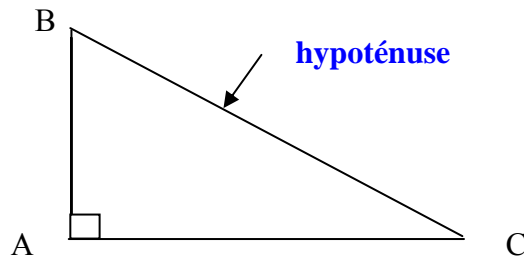


## SYNTHESE

### Thème N°1 : RACINES CARREES (1) EQUATION (1) – ESPACE (1) – CALCUL LITTERAL (1) – REPERAGE (1) - DISTANCE

#### A - RAPPELS : 1) THEOREME DE PYTHAGORE

Dans un triangle ABC, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Si l'on sait que ABC est un triangle rectangle en A, alors on peut écrire :  $BC^2 = AC^2 + AB^2$

Ceci permet de calculer un côté lorsque les deux autres sont connus.

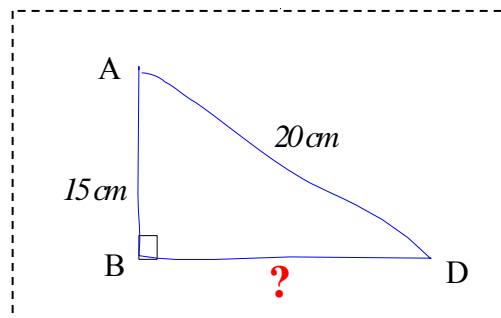
Remarque : L'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle.

#### Comment rédiger

Exemple : Soit ABD un triangle rectangle en B. On sait que  $AD = 20\text{ cm}$  et  $AB = 15\text{ cm}$ .

Calculer BD à 0,01 près.

Commencer par faire un croquis.



Le triangle ABD est rectangle en B. Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$20^2 = 15^2 + BD^2$$

$$400 = 225 + BD^2$$

$$BD^2 = 400 - 225$$

$$BD^2 = 175$$

$$BD = \sqrt{175}$$

$$BD \approx 13,228$$

**Conclusion** : La longueur BD est environ égale à 13,23 cm

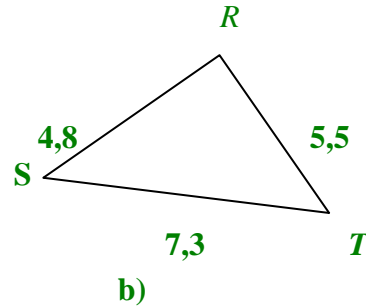
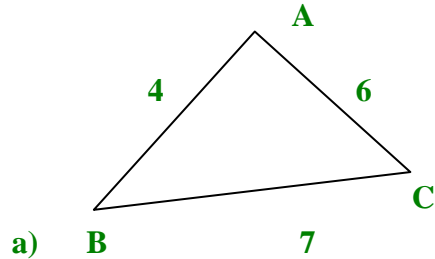
## 2) RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DE PYTHAGORE

Si, dans un triangle ABC, on a la relation  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ , alors le triangle est rectangle en A.

**Remarques :** \* On peut utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle est rectangle.  
\* Faire des calculs séparés ( exemple :  $BC^2$  d'un côté et  $AB^2 + AC^2$  d'autre part ).

### Comment rédiger

**Enoncé :** Les triangles ci dessous sont-ils rectangles ?



**Remarques :** Il s'agit de savoir si le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Si oui, le triangle est rectangle. Sinon, il ne l'est pas.

On calcule séparément pour a)  $BC^2$  et  $AB^2 + AC^2$  et pour b)  $ST^2$  et  $RS^2 + RT^2$

### Solutions:

a) Dans le triangle ABC, on a :

$$BC^2 = 7^2 = 49$$

$$\text{et } AB^2 + AC^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

**Conclusion :** Comme  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ , le triangle ABC n'est pas rectangle.

b) Dans le triangle RST, on a :

$$ST^2 = 7,3^2 = 53,29$$

$$RS^2 + RT^2 = 4,8^2 + 5,5^2 = 23,04 + 30,25 = 53,29$$

**Conclusion :**

Comme  $ST^2 = RS^2 + RT^2$ , alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

## B - RAPPELS : LA REGLE DES SIGNES

Le produit de deux nombres de même signe est un nombre **positif**  
Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre **négatif**

$$( + \dots ) \times ( + \dots ) = + \dots$$

$$( - \dots ) \times ( - \dots ) = + \dots$$

$$( - \dots ) \times ( + \dots ) = - \dots$$

$$( + \dots ) \times ( - \dots ) = - \dots$$

### C - RAPPELS : REDUIRE UNE EXPRESSION

- **Réduire une expression** signifie l'écrire sous la forme la plus simple possible, que l'on appellera la forme réduite.
- Dans une expression littérale, on peut additionner entre eux les nombres, « les  $x$  avec les  $x$  », « les  $x^2$  avec les  $x^2$  », « les  $y$  avec les  $y$  », etc.
- Quand le signe n'est pas écrit, c'est le signe  $\times$ .
- A savoir :  $x \times x = x^2$ .

**Enoncé** : réduis, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 2x + 3x$$

$$A = 2 \times x + 3 \times x$$

$$A = x \times (2 + 3)$$

$$A = 3x$$

$$C = x - 3 + 3x^2 - 5x - 4x^2$$

$$C = 3x^2 - 4x^2 + x - 5x - 3$$

regroupe les  $x^2$  puis les  $x$

$$C = x^2(3 - 4) + x(1 - 5) - 3$$

$$C = -x^2 - 4x - 3$$

$$B = x + 4 - 5x + 7$$

$$B = x - 5x + 4 + 7$$

$$B = x \times 1 - 5 \times x + 4 + 7 \quad (\text{on compte les } x)$$

$$B = x(1 - 5) + 4 + 7 \quad \text{On factorise par } x$$

$$B = -4x + 11$$

On regroupe les termes en  $x$

On

On factorise par  $x^2$  puis par  $x$  (on compte les  $x^2$  et les  $x$ )

$$D = 6x - 3x = x(6 - 3) = 3x$$

$$E = 2x \times 7x = 2 \times 7 \times x \times x = 14x^2$$

$$F = 7 + 5x \quad (\text{déjà réduit})$$

$$G = 3x \times 5 = 3 \times 5 \times x = 15x$$

$$H = 5y + 3x - 7y + 9x - 12 = 3x + 9x + 5y - 7y - 12 = 12x - 2y - 12$$

### D - RAPPELS : RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE

Résoudre une équation consiste à travers la valeur (ou les valeurs) de  $x$  qui vérifie l'équation. Une équation du 1<sup>er</sup> degré n'a pas de  $x^2$ .

**Exemple** : dans l'équation  $5x - 9 = x - 1$ , l'inconnue est  $x$ .

1<sup>er</sup> membre      2<sup>nd</sup> membre de l'équation

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, on regroupe les termes contenant l'inconnue dans le membre de gauche et les autres nombres dans le membre de droite.

**Résolution** :

**Exemple 1** : Résoudre l'équation  $4x - 12 = 8 - x$

1. On écrit l'égalité :

$$4x - 12 = 8 - x$$

2. On regroupe les termes en  $x$  dans un des deux membres

(pour cela, on ajoute l'opposé de ce terme dans chaque membre) :

$$4x - 12 + x = 8 - x + x$$

$$5x - 12 = 8$$

3. On fait de même avec les termes ne contenant pas l'inconnue

$$5x - 12 + 12 = 8 + 12$$

$$5x = 20$$

4. On divise par 5 de chaque côté de l'égalité

$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$

$$x = 4$$

5. On vérifie :

$$4x - 12 = 4 \times 4 - 12 = 16 - 12 = 4$$

$$\text{et } 8 - x = 8 - 4 = 4$$

**Conclusion** : L'équation  $4x - 12 = 8 - x$  a une seule solution : 4

### Exemple 2 : « Rédaction plus rapide »

$$5x - 9 = x - 1$$

→ On repère les termes en  $x$  et les autres nombres.

$$5x - 9 - x = -1$$

→ On regroupe les termes en  $x$  dans le membre de gauche.

$$4x = -1 + 9$$

→ On regroupe les autres nombres dans le membre de droite et on calcule le nombre de  $x$ .

$$4x = 8$$

→ On calcule le membre de droite.

$$x = \frac{8}{4}$$

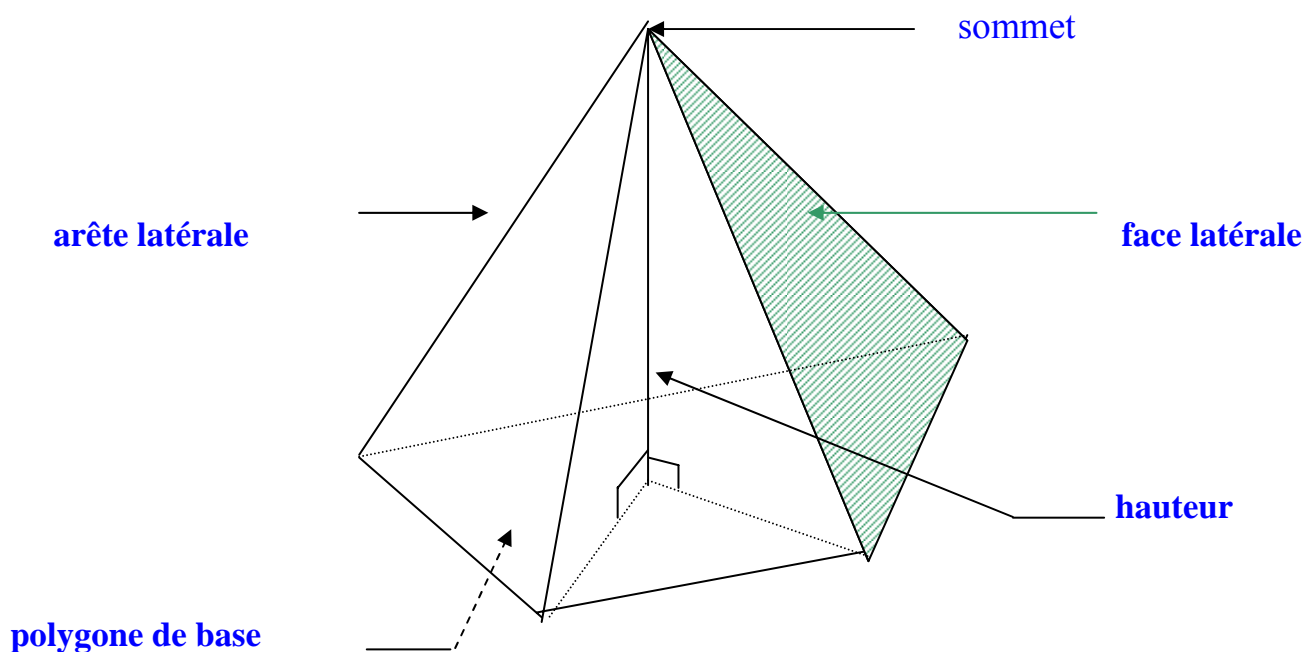
→ On « isole »  $x$ .

$$\boxed{x = 2}$$

→ On écrit le résultat plus simplement.

**Conclusion** : La solution de l'équation est 2

### E - RAPPELS : 1) PYRAMIDES : VOCABULAIRE



#### Remarques :

1. On appelle l'ensemble des faces latérales la **surface latérale**

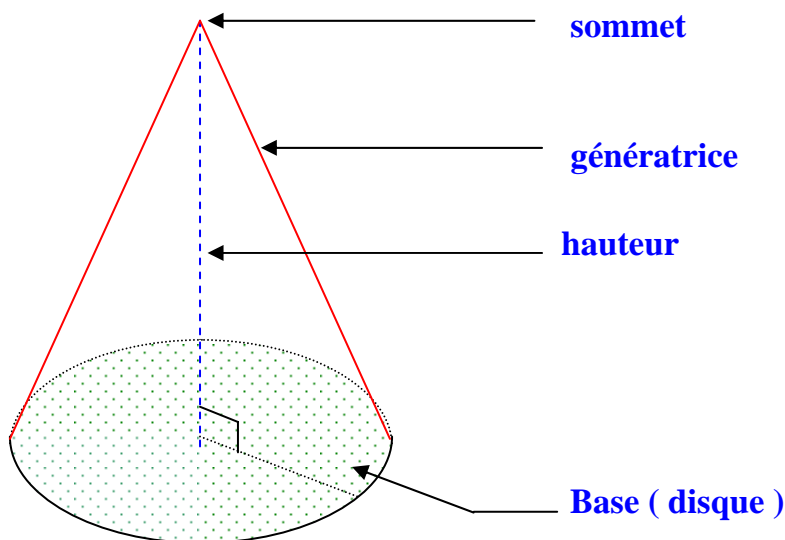
2. Une pyramide est dite **régulière** lorsque :

- Le polygone de base est **régulier**
- Le pied de la hauteur est le **centre** de la base

Exemples :

- Tétraèdre régulier : toutes ses faces sont des triangles **équilatéraux** superposables.
- Pyramide régulière à base carrée.
- Pyramide régulière à base hexagonale.

## 2) - CONES DE REVOLUTION : VOCABULAIRE



**Remarque :** On appelle cône de révolution lorsque la hauteur passe par le sommet et le centre de la base et est **perpendiculaire** à celle-ci.

## F - DEFINITION DE LA RACINE CARREE

**Définition :** Soit  $a$  un nombre positif, la racine carrée de  $a$  est le nombre **positif** dont le carré est  $a$ .

La racine carrée de  $a$  se note  $\sqrt{a}$ .

Le symbole «  $\sqrt{\quad}$  » s'appelle le radical.

Exemples :

- La racine carrée de 49 est 7, car  $7^2 = 49$  et 7 est positif. On note  $\sqrt{49} = 7$ .
- La racine carrée de 1 est 1, car  $1^2 = 1$  et 1 est positif. On note  $\sqrt{1} = 1$ .
- La racine carrée de 17,64 est 4,2, car  $4,2^2 = 17,64$  et 4,2 est positif. On note  $\sqrt{17,64} = 4,2$ .

**Attention :** la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas, car le carré d'un nombre est **toujours positif !**

Quel que soit le nombre  $a$  positif :  $(\sqrt{a})^2 = a$  et  $\sqrt{a^2} = a$

- Par exemple :  $\rightarrow (\sqrt{7})^2 = \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$   
 $\rightarrow 5 \times 5 = 5^2 = 25$ , donc  $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier, sa racine carrée est un nombre entier

- 16 est un carré parfait car  $\sqrt{16} = 4$  et 4 est un entier
- 625 est un carré parfait car  $\sqrt{625} = 25$  et 25 est un entier

## Méthode pour réduire une somme de racines carrées

Exemple :  $A = 5\sqrt{7} + 8\sqrt{7} - 15\sqrt{7}$  ← On remarque que  $\sqrt{7}$  est un facteur commun au trois termes.  
 $A = (5 + 8 - 15)\sqrt{7}$  ← On factorise par  $\sqrt{7}$ .  
 $A = -2\sqrt{7}$

## G - RESOLUTION DE L'EQUATION $x^2 = a$

Propriété :

Si  $a > 0$ , alors l'équation  $x^2 = a$  admet deux solutions :  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$  et de.  
L'équation  $x^2 = 0$ , admet une seule solution :  $0$   
Si  $a < 0$ , alors l'équation  $x^2 = a$  n'admet pas de solution

Exemples :

1°) Soit à résoudre l'équation  $x^2 = 9$ .

$x^2 = 9$  signifie que le carré de  $x$  est 9

Or, les deux nombres dont le carré est 9 sont  $\sqrt{9} = 3$  et  $-\sqrt{9} = -3$ .

Conclusion : Les solutions de l'équation  $x^2 = 9$  sont **3** et **-3**.

2°) L'équation  $x^2 = -7$  n'a pas de solution ( en effet ,  $x^2$  est positif )