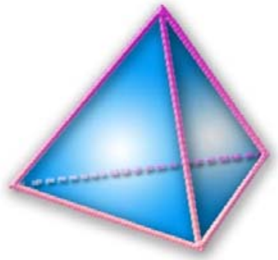


3- EME

Thème N°6 : TRIGONOMETRIE – Equation (2)

Ce que je dois savoir à la fin du thème :

- Rappels sur la résolution d'une équation de la forme $a = \frac{x}{b}$ ou $a = \frac{b}{x}$

- Connaître et utiliser dans le triangle rectangle des relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de 2 côtés du triangle.
- Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées : - du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné. – de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.

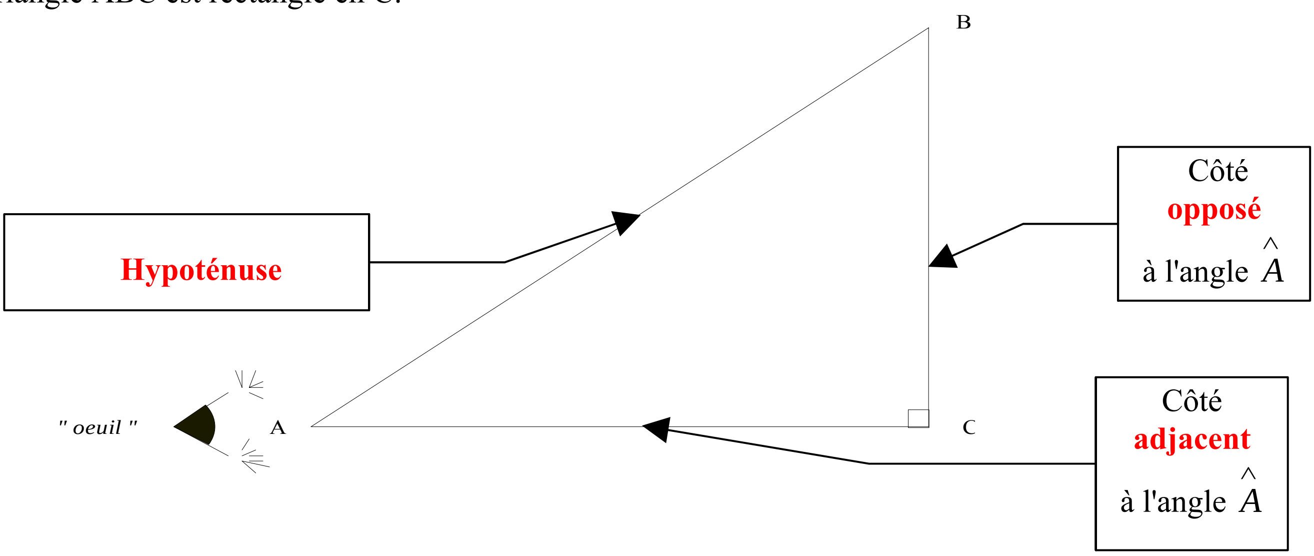
« Pour prendre un bon départ »

Trouve x dans chacun des cas suivants :

$14 = \frac{x}{9}$	$x = 14 \times 9 = 126$	$12 = \frac{x}{1,2}$	$x = 1,2 \times 12 = 14,4$
$10 = \frac{x}{0,4}$	$x = 10 \times 0,4 = 4$	$2,4 = \frac{x}{9,4}$	$x = 2,4 \times 9,4 = 22,56$
$144 = \frac{x}{12}$	$x = 144 \times 12 = 1728$	$142 = \frac{x}{1}$	$x = 1 \times 142 = 142$
$3 = \frac{x}{0,25}$	$x = 3 \times 0,25 = 0,75$	$17 = \frac{x}{3}$	$x = 17 \times 3 = 51$
$5 = \frac{25}{x}$	$x = 25 \div 5 = 5$	$0,1 = \frac{10}{x}$	$x = 10 \div 0,1 = 100$
$8 = \frac{72}{x}$	$x = 72 \div 8 = 9$	$12 = \frac{36}{x}$	$x = 36 \div 12 = 3$
$12 = \frac{144}{x}$	$x = 144 \div 12 = 12$	$0,1 = \frac{1}{x}$	$x = 1 \div 0,1 = 10$
$4 = \frac{36}{x}$	$x = 36 \div 4 = 9$	$11 = \frac{121}{x}$	$x = 121 \div 11 = 11$

ACTIVITE 1 : A - " *Revoir la définition du cosinus d'un angle aigu* "

1°) Le triangle ABC est rectangle en C.



a) *Complète les encadrés en choisissant parmi le vocabulaire suivant:* **opposé** - **hypoténuse** - **adjacent**.
b) Rappel: - Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs angles (en degrés) vaut 90°.

- Deux angles sont <u>supplémentaires</u> si la somme de leurs angles vaut 180°.

Que peux-tu dire des angles $\widehat{BAC}$ *et* $\widehat{ABC}$: **Ils sont complémentaires**

Exprime l'angle $\widehat{BAC}$ en fonction de $\widehat{ABC}$: $\widehat{BAC}$ = **90° - $\widehat{ABC}$**

2°) a) Mesure les longueurs AC et AB (au mm près): AC = **81 mm** et AB = **97 mm**

b) *Complète*: $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{\textit{côté adjacent à } \widehat{A}}{\textit{Hypoténuse}} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{81}{97} \approx 0{,}84$ (1)

Donner les notations de longueurs

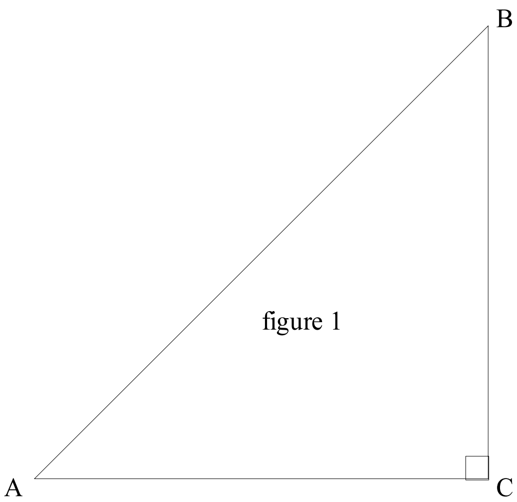
c) Tape valeur (1) puis $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\text{COS}}$ (ou $\boxed{\text{SCHIFT}}$ $\boxed{\text{COS}}$ ou $\boxed{\text{COS}^{-1}}$) : On a: $\widehat{BAC} \approx$ **33** °

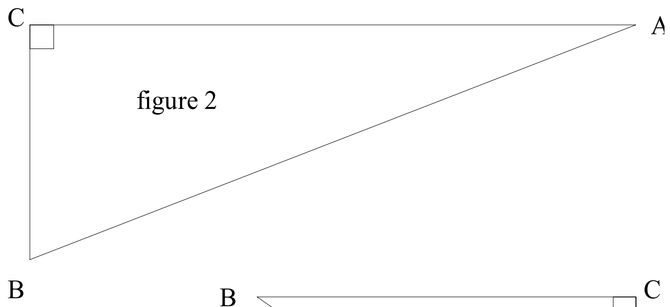
(ATTENTION: Vérifier que tu es en mode degré)

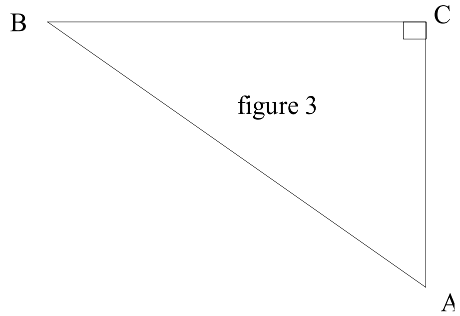
d) Vérifie en mesurant à l'aide de ton rapporteur la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$: $\widehat{BAC}$ = **33** °

B - <u>Deux nouvelles relations trigonométriques</u>

Pour les trois figures ci-dessous, ABC est un triangle rectangle en C.







1°) *Complète le tableau ci-dessous:*

Pour calculer $\sin\widehat{CAB}$ et $\tan\widehat{CAB}$, on utilisera les touches $\boxed{\text{SIN}}$ et $\boxed{\text{TAN}}$ de ta calculatrice

	AC (mm)	CB (mm)	BA (mm)	$\widehat{CAB}$ (°)	$\dfrac{CB}{AB}$	$\dfrac{CB}{CA}$	$\sin\widehat{CAB}$	$\tan\widehat{CAB}$
figure 1	**60**	**60**	**85**	**45°**	**≈ 0,71**	**1**	**≈ 0,71**	**1**
figure 2	**80**	**31**	**86**	**21°**	**≈ 0,36**	**≈ 0,39**	**≈ 0,36**	**≈ 0,39**
figure 3	**35**	**50**	**61**	**55°**	**≈ 0,82**	**≈ 1,43**	**≈ 0,82**	**≈ 1,43**

2°) En observant le tableau, complète les deux égalités: $\sin \widehat{CAB} = \dfrac{CB}{AB}$ et $\tan \widehat{CAB} = \dfrac{CB}{CA}$

En généralisant, complète en remplaçant par: *" côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ " ; " côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$ " ; " hypoténuse "*

$\cos \widehat{CAB} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{A}}{\text{Hypoténuse}}$; $\sin \widehat{CAB} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{A}}{\text{Hypoténuse}}$; $\tan \widehat{CAB} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{A}}{\text{côté adjacent à } \widehat{A}}$

3°) Vérification de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$ de la figure 1.

Tape valeur $\dfrac{CB}{AB}$ puis $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\text{SIN}}$ (ou $\boxed{\text{SCHIFT}}$ $\boxed{\text{SIN}}$ ou $\boxed{\text{SIN}^{-1}}$) : On a: $\widehat{BAC} \approx$ **45**°

ou bien

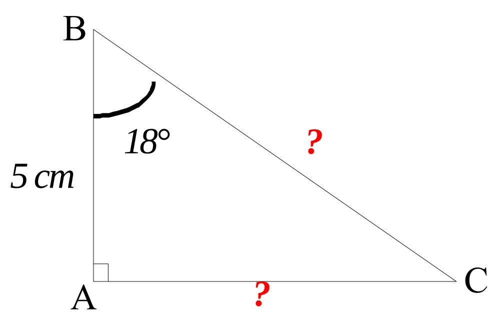
Tape valeur $\dfrac{CB}{CA}$ puis $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\text{TAN}}$ (ou $\boxed{\text{SCHIFT}}$ $\boxed{\text{TAN}}$ ou $\boxed{\text{TAN}^{-1}}$) : On a: $\widehat{BAC} \approx$ **45** °

Calculs de longueurs

Exercice n°1: Le triangle ABC est rectangle en A; l'unité de longueur est le centimètre.
A l'aide des indications données, calculer une valeur approchée de la longueur des deux autres côtés.

$a)\ \widehat{B} = 18°$ *et* $AB = 5$; $b)\ \widehat{B} = 32°$ *et* $AC = 9$; $c)\ \widehat{B} = 68°$ *et* $BC = 12$

$d)\ \widehat{C} = 25°$ *et* $AB = 3{,}5$; $e)\ \widehat{C} = 50°$ *et* $AC = 4$; $f)\ \widehat{C} = 68°$ *et* $BC = 10$



a) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\cos 18° = \dfrac{5}{BC}$

donc $BC = \dfrac{5}{\cos 18°}$

d'où $\boxed{BC \approx \mathbf{5{,}26\ cm}}$

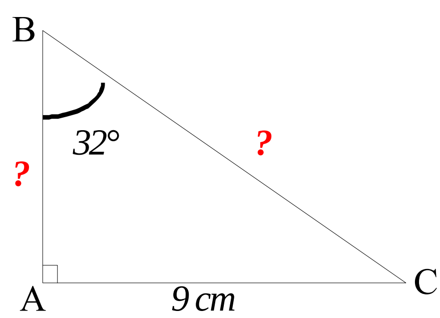
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$ donc $\tan 18° = \dfrac{AC}{5}$

donc AC = 5 × tan18°

d'où $\boxed{AC \approx \mathbf{1{,}62\ cm.}}$



b) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ donc $\sin 32° = \dfrac{9}{BC}$

donc $BC = \dfrac{9}{\sin 32°}$

d'où $\boxed{BC \approx \mathbf{16{,}98\ cm}}$

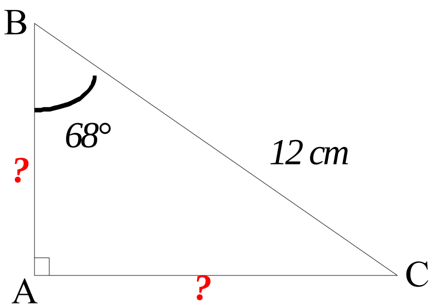
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$ donc $\tan 32° = \dfrac{9}{AB}$

donc $AB = \dfrac{9}{\tan 32°}$

d'où $\boxed{AB \approx \mathbf{14{,}40\ cm.}}$



c) Calcul de BA

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$ donc $\cos 68° = \frac{AB}{12}$

donc $AB = 12 \times \cos 68°$

d'où $\boxed{AB \approx 4{,}50 \text{ cm}}$

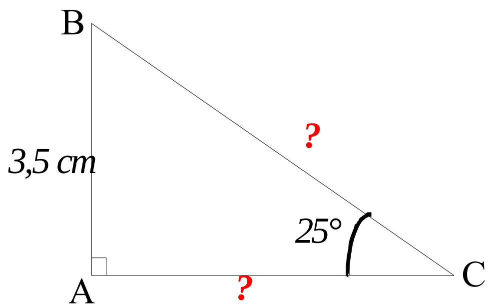
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ donc $\sin 68° = \frac{AC}{12}$

donc AC = 12 × sin 68°

d'où $\boxed{AC \approx 11{,}13 \text{ cm.}}$



d) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$ donc $\sin 25° = \frac{3{,}5}{BC}$

donc $BC = \frac{3{,}5}{\sin 25°}$

d'où $\boxed{BC \approx 8{,}28 \text{ cm}}$

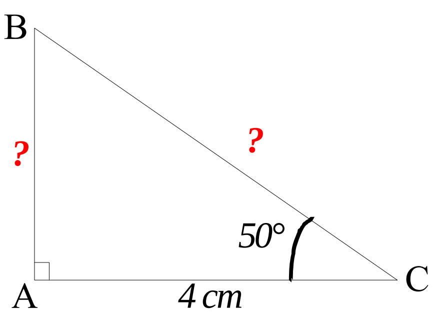
Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ donc $\tan 25° = \frac{3{,}5}{AC}$

donc $AC = \frac{3{,}5}{\tan 25°}$

d'où $\boxed{AC \approx 7{,}51 \text{ cm.}}$



e) Calcul de BC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC}$ donc $\cos 50° = \frac{4}{BC}$

donc $BC = \frac{4}{\cos 50°}$

d'où $\boxed{BC \approx 6{,}22 \text{ cm}}$

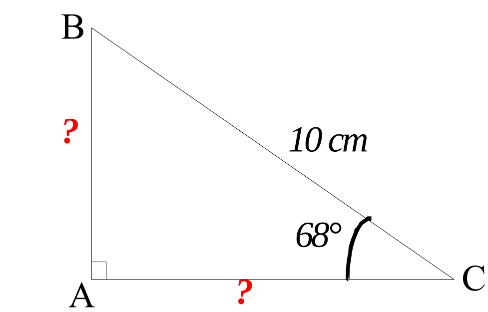
Calcul de AB

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ donc $\tan 50° = \frac{AB}{4}$

donc AB = 4 × tan50°

d'où $\boxed{AB \approx 4{,}77 \text{ cm.}}$



f) Calcul de AC

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC}$ donc $\cos 68° = \frac{AC}{10}$

donc $AC = 10 \times \cos 68°$

d'où $\boxed{AC \approx 3{,}75 \text{ cm}}$

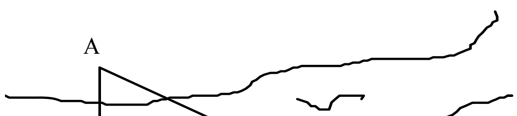
Calcul de AB

b) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$ donc $\sin 68° = \frac{AB}{10}$

donc AB = 10 × sin 68°

d'où $\boxed{AB \approx 9{,}27 \text{ cm.}}$



Exercice n°2: Sur les berges de la rivière, deux points remarquables A et B se font face.

En partant de B, perpendiculairement à (AB), on

Dans le triangle ABC rectangle en B :

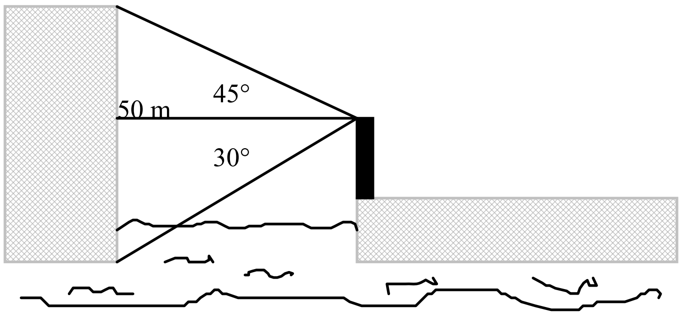
$\tan \hat{C} = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\tan 21° = \dfrac{AB}{50}$

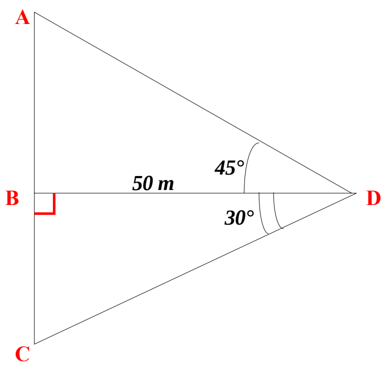
donc AB = 50 × tan21°

d'où $\boxed{AB \approx 19,19}$

<u>Conclusion :</u> **<u>La largeur de la rivière mesure environ 19,2 m</u>**

<u>Exercice n°3:</u> Un observateur placé à 50 m d'une falaise voit le sommet de celle-ci sous un angle de 45°, et la bas sous un angle de 30°.
Calculer la hauteur de la falaise, à 10 cm près.





<u>Calcul de AB</u>

Dans le triangle ABD rectangle en B :

$\tan B\hat{D}A = \dfrac{AB}{BD}$ donc $\tan 45° = \dfrac{AB}{50}$

donc AB = 50 × tan45°

d'où $\boxed{AB = 50}$

<u>Calcul de BC</u>

Dans le triangle BCD rectangle en B :

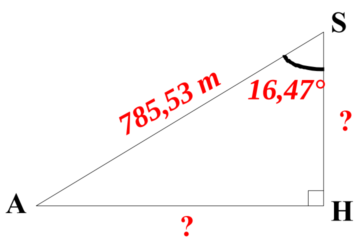
$\tan B\hat{D}C = \dfrac{BC}{BD}$ donc $\tan 30° = \dfrac{BC}{50}$

donc BC = 50 × tan30°

d'où $\boxed{BC \approx 28,87}$

<u>Calcul de AC :</u> On a : AC = AB + BC ≈ 50 + 28,87 ≈ 78,87

<u>Conclusion :</u> **<u>La hauteur de la falaise mesure environ 78,9 m</u>**



<u>Exercice n°4:</u> De puis le point A, un géomètre mesure AS (avec un géomètre à laser) et $H\hat{S}A$:

AS = 785,53 m; mes ($H\hat{S}A$) = 16,47°.

Calculer SH et AH ?

Calcul de SH

Dans le triangle AHS rectangle en H :

$\cos \hat{S} = \dfrac{SH}{SA}$ donc $\cos 16,47° = \dfrac{SH}{785,53}$

donc $SH = 785,53 \times \cos 16,47°$

d'où $\boxed{SH \approx 753 \text{ m}}$

Calcul de AH

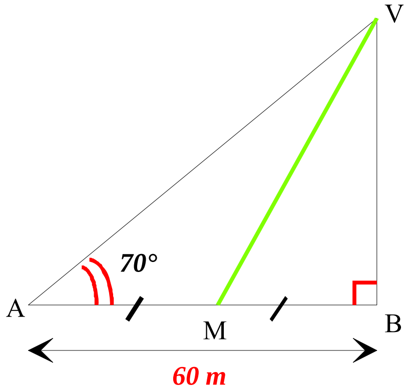
b) Dans le triangle AHS rectangle en H :

$\sin \hat{H} = \dfrac{AH}{SH}$ donc $\sin 16,47° = \dfrac{AH}{785,53}$

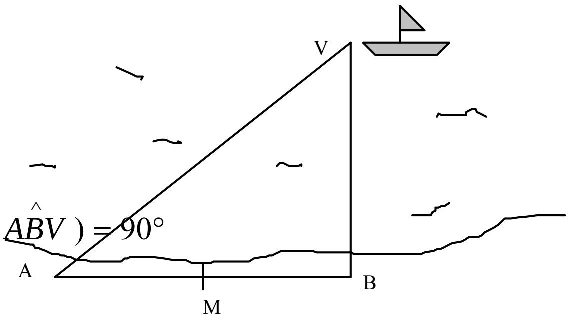
donc AH = 785,53 × sin 16,47°

d'où $\boxed{AH \approx 222,7 \text{ m.}}$

Exercice n°5: Le vainqueur V est en vue.



De part et d'autre de l'entrée du port, deux observateurs munis de goniomètres mesurent chacun un angle:



$mes(\widehat{BAV}) = 70°$; $mes(\widehat{ABV}) = 90°$

.

a) Sachant que AB = 60 m, calculer BV.

b) En déduire la distance qui sépare V du milieu M de [AB].

(Arrondir les résultats au mètre le plus proche).

a) Calcul de BV

Dans le triangle BMA rectangle en B

$\tan \widehat{VBA} = \dfrac{VB}{AB}$ donc $\tan 70° = \dfrac{BV}{60}$

donc BV = 60 × tan70°

d'où $\boxed{\textbf{BV} \approx \textbf{165 m}}$

b) Calcul de MV

Dans le triangle BMA rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$VM^2 = MB^2 + BV^2$

$VM^2 = \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 + BV^2$

$VM^2 \approx \left(\dfrac{60}{2}\right)^2 + 165^2$

$VM^2 \approx 900 + 27225$

$VM^2 \approx 28125$

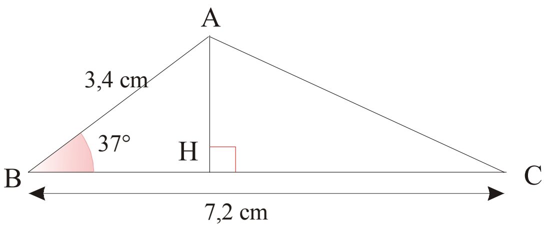
$VM \approx \sqrt{28125}$

$VM \approx 167{,}7$

Conclusion : **La longueur VM mesure environ 168 m**

Exercice n°6 : Calcule la longueur AH puis l'aire de ABC.

Calcul de AH



Dans le triangle ABH rectangle en H :

$\sin \hat{B} = \dfrac{AH}{AB}$ donc $\sin 37° = \dfrac{AH}{3{,}4}$

donc AH = 3,4 × sin 37°

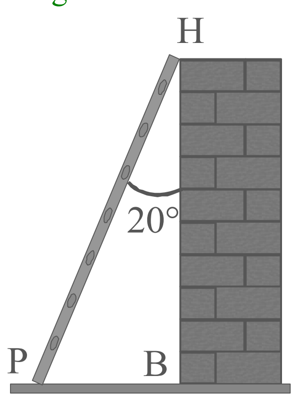
d'où $\boxed{AH \approx 2{,}05 \text{ cm}}$

Calcul de l'aire du triangle ABC

On a $\text{Aire} = \dfrac{BC \times AH}{2}$, soit $\text{Aire} \approx \dfrac{7{,}2 \times 2{,}05}{2} \approx 7{,}38$

Conclusion : **L'aire du triangle ABC est environ 7,38 cm²**

Exercice n°7 : Pour un maximum de sécurité, une échelle doit former avec un mur un angle de 20°. Avec une échelle de 9 m, jusqu'à quelle hauteur de mur peut on monter (au cm près) ?



Calcul de BH

Dans le triangle PBH rectangle en B,

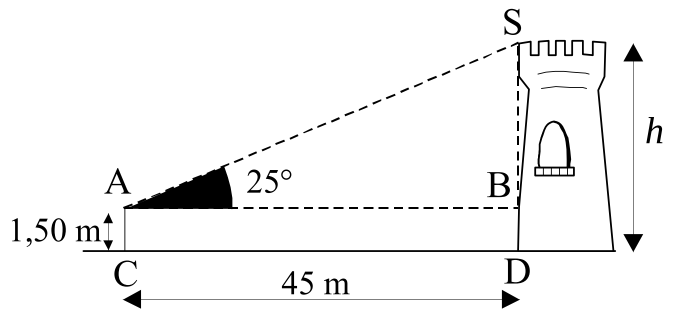
on a : $\cos \hat{H} = \dfrac{BH}{PH}$ soit $\cos 20° = \dfrac{BH}{9}$

donc BH = 9 × cos20°

d'où $\boxed{\textbf{BH} \approx \textbf{8,46 m}}$

Il peut donc monter à une hauteur de 8,46 m environ

Exercice n°8 : Quelle est la hauteur h de la tour ?



Calcul de BS

Dans le triangle ABS rectangle en B,

on a : $\tan \widehat{BAS} = \dfrac{BS}{AB}$ soit $\tan 25° = \dfrac{BS}{45}$

donc BS = 45 × tan25°

d'où **BS ≈ 21 m**

Calcul de h : On a $h = DB + BS \approx 1{,}50 + 21 \approx 22{,}50$

Conclusion : La hauteur de la tour mesure environ 22,50 m

Calculs d'angles

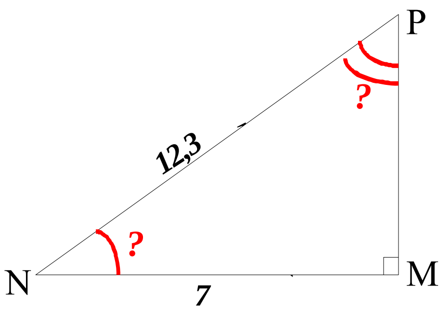
Exercice n°9:

$a)\ MN = 7 \quad et \quad MP = 12{,}3 \quad ; \quad b)\ MN = 1 \quad et \quad NP = 7 \quad ; \quad c)\ MP = 0{,}5 \quad et \quad NP = 4$

$d)\ MP = 5{,}3 \quad et \quad MN = 4{,}5 \quad ; \quad e)\ MN = 4 \quad et \quad NP = 10$

Calculer au degré près la mesure des angles aigus.

a) MN = 7 et MP = 12,3



Calcul de l'angle $\hat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$\cos \hat{N} = \dfrac{MN}{NP} = \dfrac{7}{12{,}3}$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx \mathbf{55°}}$

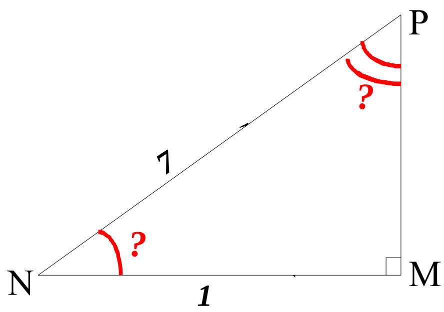
Calcul de l'angle $\hat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\hat{P} \approx 90° - 55° \approx 35°$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx \mathbf{35°}}$

b) MN = 1 et NP = 7



Calcul de l'angle $\hat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$\cos \hat{N} = \dfrac{MN}{NP} = \dfrac{1}{7}$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx \mathbf{82°}}$

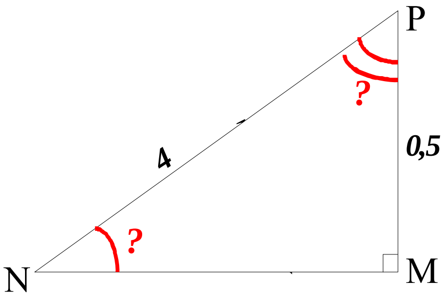
Calcul de l'angle $\hat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\hat{P} \approx 90° - 82° \approx 8°$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx \mathbf{8°}}$

c) MP = 0,5 et NP = 4



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\sin \hat{N} = \frac{MP}{NP} = \frac{0,5}{4}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 7°}$

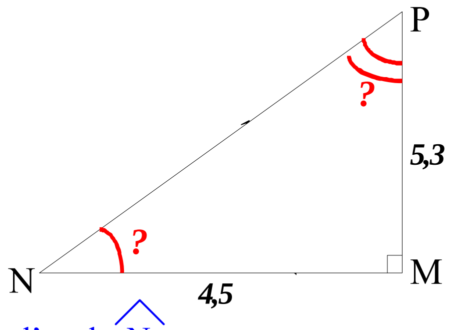
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\hat{P} \approx 90° - 7° \approx 83°$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx 83°}$

d) MP = 5,3 et MN = 4,5



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\tan \hat{N} = \frac{NP}{NM} = \frac{5,3}{4,5}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 50°}$

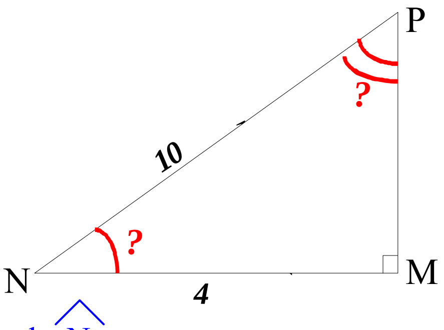
Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\hat{P} \approx 90° - 50° \approx 40°$

d'où $\boxed{\hat{P} \approx 40°}$

e) MN = 4 et NP = 10



Calcul de l'angle $\widehat{N}$

Dans le triangle NMP rectangle en M :

$$\cos \hat{N} = \frac{MN}{NP} = \frac{4}{10}$$

d'où $\boxed{\hat{N} \approx 66°}$

Calcul de l'angle $\widehat{P}$

Sachant que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, alors :

$\hat{P} \approx 90° - 66° \approx 24°$

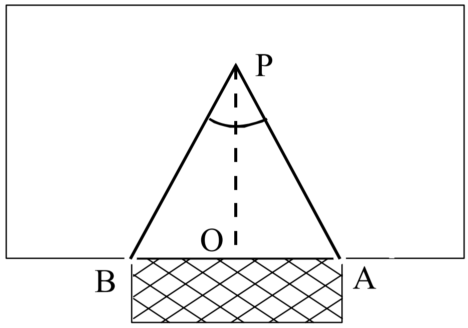
d'où $\boxed{\hat{P} \approx 24°}$

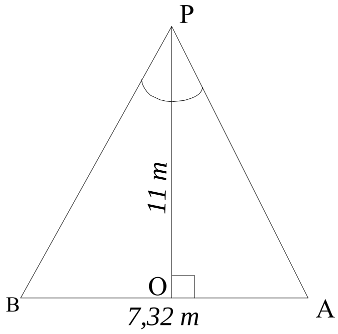
Exercice n°10 :

Sur un terrain de foot, le point de penalty P est situé à 11 m de la ligne de but (AB). Les buts ont une largeur AB de 7,32 m.

Calcule (au degré près) l'angle de tir $\widehat{APB}$ d'un footballeur lorsqu'il tire un penalty.

(conseil : calcule d'abord $\widehat{APO}$ dans le triangle AOP, en expliquant pourquoi ce triangle est rectangle).





Calcul de $\widehat{APO}$

Comme APB est un triangle isocèle, alors La bissectrice de $\hat{P}$ est aussi la hauteur issue du sommet principal P donc [OP] est perpendiculaire à [BA] mais aussi la médiane issue de P donc OA = OB = 7,32 : 2 = 3,66.
Ainsi le triangle POA est rectangle en O avec OA = 3,66m.

On a : $\tan O\hat{P}A = \dfrac{OA}{OP} = \dfrac{3{,}66}{11}$

D'où $\widehat{APO} \approx 18{,}4°$

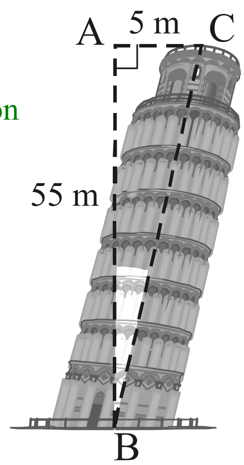
Comme [PO) est une bissectrice, alors : $B\hat{P}A = 2 \times O\hat{P}A \approx 2 \times 18{,}4° \approx 36{,}8°$

Conclusion : **L'angle de tir est environ 37°**

Exercice n°11 :

Le sommet de la tour de Pise s'écarte de la verticale d'environ 5 m et se trouve à environ 55 m du sol.

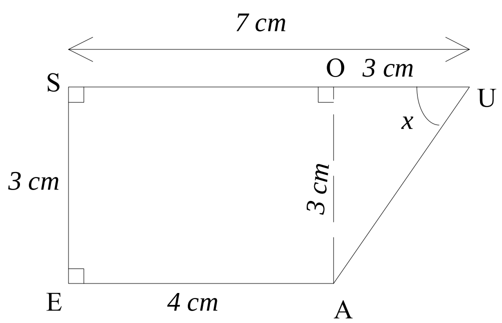
Calcule (au degré près) l'angle $\widehat{ABC}$ que fait la tour avec la verticale.

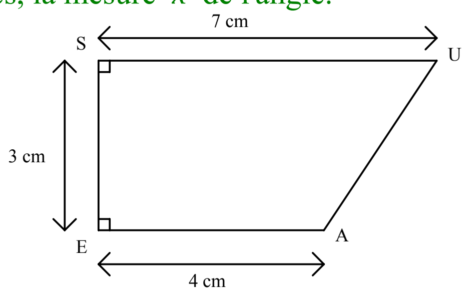


Dans le triangle ACB rectangle en A, on a : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{5}{55} = \dfrac{1}{11}$

D'où $\boxed{: \widehat{ABC} \approx 5°}$

Exercice n°12:
Dans le trapèze SEAU, calculer à 0,01 près, la mesure x de l'angle.





Soit la perpendiculaire à [SU] passant par A, elle coupe [SU] en O.

Calcul de OU :

On a OU = SU – SO = 7 – 4 = 3 **OU = 3 cm**

Calcul de OA

SEAO est un quadrilatère à 3 angles droits, donc SOAE est un rectangle, d'où : SE = **OA = 3 cm**

Calcul de la mesure de l'angle $O\hat{U}A$

Dans le triangle OUA rectangle en O, on a : $\tan \hat{U} = \dfrac{OA}{OU} = \dfrac{3}{3} = 1$ soit $\hat{U} = 45°$

Conclusion : la mesure de l'angle $O\hat{U}A$ est 45°

ACTIVITE 2: *" Relations entre cosinus , sinus et tangente "*

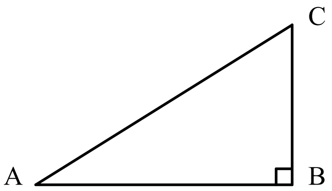
A) 1 - A l'aide d'une calculatrice, complète le tableau suivant sachant que ABC est un triangle rectangle en B.

Remarque: Par convention, on écrira $\cos^2 \hat{A}$ au lieu de $(\cos \hat{A})^2$

$\hat{A}$	0°	10°	20°	30°	...	45°	...	60°	...	90°
$\cos \hat{A}$	**1**	**0,98**	**0,94**	**0,87**		**0,71**		**0,5**		**0**
$\cos^2 \hat{A}$	**1**	**0,97**	**0,88**	**0,75**		**0,5**		**0,25**		**0**
$\sin \hat{A}$	**0**	**0,17**	**0,34**	**0,5**		**0,71**		**0,87**		**1**
$\sin^2 \hat{A}$	**0**	**0,03**	**0,12**	**0,25**		**0,5**		**0,75**		**1**
$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A}$	**1**	**1**	**1**	**1**		**1**		**1**		**1**

Que remarques-tu ? : $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A}$.

2 - ***Démonstration:*** Soit ABC un triangle rectangle en B. On a: $\cos \hat{A} = \dfrac{AB}{AC}$ *et* $\sin \hat{A} = \dfrac{CB}{AC}$.



Exprime AB² en fonction de AC² et $\cos^2 \hat{A}$: AB² = $AC^2 \times \cos^2 \hat{A}$

Exprime CB² en fonction de AC² et $\sin^2 \hat{A}$: CB² = $AC^2 \times \sin^2 \hat{A}$

On sait que ABC est un triangle rectangle en B, on peut donc utiliser quelle propriété ? : Propriété de Pythagore

Complète:

AC² = $AC^2 \times \cos^2 \hat{A} + AC^2 \times \sin^2 \hat{A}$

AC² = AC ² ($\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A}$)

D'où : $\boxed{\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = \mathbf{1}}$

B) 1 - A l'aide d'une calculatrice, complète le tableau suivant sachant que ABC est un triangle rectangle en B.

Angle en degré	0°	10°	20°	30°	...	45°	...	60°	...	90°
$\cos \hat{A}$	**1**	**0,98**	**0,94**	**0,87**		**0,71**		**0,5**		**0**
$\sin \hat{C}$	**1**	**0,98**	**0,94**	**0,87**		**0,71**		**0,5**		**0**
$\sin \hat{A}$	**0**	**0,17**	**0,34**	**0,5**		**0,71**		**0,87**		**1**
$\tan \hat{A}$	**0**	**0,17**	**0,36**	**0,58**		**1**		**1,73**		**X**

Compare $\cos \hat{A}$ et $\sin \hat{C}$: $\cos \hat{A} = \sin \hat{C}$; $\tan \hat{A}$ et $\dfrac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$: $\tan \hat{A} = \dfrac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$

2 - ***Démonstration:*** Dans le triangle ABC rectangle en B, on a:

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} \quad et \quad \sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}; \quad d'où \quad \cos \hat{A} = \sin \hat{C}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{CB}{AC} \quad et \quad \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{\frac{CB}{AC}}{\frac{AB}{AC}} = \frac{CB}{AC} \times \frac{AC}{AB} = \frac{CB \times AC}{AC \times AB} = \frac{CB}{AB} = \tan \hat{A}$$

Exercice n°13:

Enoncé : $\cos 18° \approx 0{,}951$.

Déduis-en l'arrondi au millième de :

a) $\sin 18°$; **b)** $\tan 18°$; **c)** $\sin 72°$.

Solution :

a) $\cos^2 18° + \sin^2 18° = 1$

$0{,}951^2 + \sin^2 18° = 1$

$\sin^2 18° = 1 - 0{,}951^2 = 0{,}095599$

Donc $\boxed{\sin 18° \approx \sqrt{0{,}095599} \approx 0{,}309}$.

b) $\tan 18° = \dfrac{\sin 18°}{\cos 18°} \approx \dfrac{0{,}309}{0{,}951} \approx 0{,}325$.

c) 18° et 72° sont des angles complémentaires, donc :

$\boxed{\sin 72° = \cos 18° \approx 0{,}951}$

Exercice n°14:

x est la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle. Sans calculatrice, calcule la valeur manquante dans chaque cas :

a) $\sin x = 0{,}6$; $\cos x = 0{,}8$; $\tan x = 0{,}75$

b) $\sin x = \dfrac{1}{2}$; $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

c) $\sin x = \dfrac{15}{17}$; $\cos x = \dfrac{16}{34}$; $\tan x = \dfrac{15}{8}$

d) $\sin x = \dfrac{10}{26}$; $\cos x = \dfrac{12}{13}$; $\tan x = \dfrac{10}{24}$.

Exercice n°15:

Soit x la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle, démontre en développant le carré que :

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x.$$

$$\begin{aligned}(\sin x + \cos x)^2 &= (\sin x + \cos x) \times (\sin x + \cos x)\\ &= \sin^2 x + \sin x \cos x + \sin x \cos x + \cos^2 x\\ &= \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x\\ &= 1 + 2\sin x \cos x\end{aligned}$$

Exercice n°16:

Des angles particulier

a) $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, déduis-en les valeurs exactes de sin 45° et de tan 45°.

$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ car le triangle est **isocèle** ; $\tan 45° = \frac{\sin 45°}{\cos 45°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$ soit $\tan 45° = 1$

b) $\sin 30° = \frac{1}{2}$, déduis-en les valeurs exactes de cos 30° et de tan 30°.

$\cos 30° = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

c) Sachant que $\sin 30° = \frac{1}{2}$, déduis-en les valeurs exactes de cos 60°, sin 60° et de tan 60°.

$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$; $\cos 30° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (d'après b)) ; $\tan 60° = \frac{\sin 60°}{\cos 60°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$