3- EME THEME N°2 :

THEOREME DE THALES (1)
EQUATION (2)

Exercice n°1 :

$\frac{x}{8}=7$ $x=7\times 8$ $x=56$	$\frac{12}{x}=3$ $\frac{12}{x}=\frac{3}{1}$ $3\times x=1\times 12$ $x=\frac{12}{3}$ $x=4$	$\frac{x}{2}=\frac{5}{3}$ $3\times x=5\times 2$ $x=\frac{5\times 2}{3}$ $x=\frac{10}{3}$	$\frac{15}{x}=\frac{5}{7}$ $5\times x=15\times 7$ $x=\frac{15\times 7}{5}$ $x=21$
$\frac{3}{2}=\frac{x}{23}$ $2\times x=23\times 3$ $x=\frac{23\times 3}{2}$ $x=34{,}5$	$89=\frac{1}{x}$ $\frac{89}{1}=\frac{1}{x}$ $89\times x=1$ $x=\frac{1}{89}$	$\frac{x+5}{2}=\frac{10}{3}$ $3\times(x+5)=2\times 10$ $3x+15=20$ $3x=20-15$ $3x=5$ $x=\frac{5}{3}$	$\frac{4}{21}=\frac{6}{x}$ $4\times x=6\times 21$ $4x=126$ $x=\frac{126}{4}$
$\frac{5}{2}=\frac{4}{x+3}$ $5\times(x+3)=4\times 2$ $5x+15=8$ $5x=8-15$ $5x=-7$ $x=-\frac{7}{5}$ $x=-1{,}4$	$3+x=\frac{5}{11}$ $\frac{3+x}{1}=\frac{5}{11}$ $11\times(3+x)=5\times 1$ $33+11x=5$ $11x=5-33$ $11x=-28$ $x=-\frac{28}{11}$	$\frac{21}{5}=\frac{x-7}{10}$ $5\times(x-7)=21\times 10$ $5x-35=210$ $5x=210+35$ $5x=245$ $x=\frac{245}{5}$ $x=49$	$\frac{x+5}{3+x}=\frac{1}{8}$ $8\times(x+5)=1\times(3+x)$ $8x+40=3+x$ $8x-x=3-40$ $7x=-37$ $x=-\frac{37}{7}$

Exercice n°2 :

a. On sait que EFG est un triangle isocèle en E.
Si **un triangle est isocèle** alors il a deux côtés de même longueur.
Donc **EF = FG**

b. On sait que ABCD est **un losange**.
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.
Donc **(AC) est perpendiculaire à (BD)**

c. On sait que EFGH est un rectangle.
Si un **quadrilatère** est un **rectangle** alors ses côtés opposés sont de même longueur.
Donc EF = **GH et EH = FG**

Exercice n°3 :

1. Données : I et J sont les milieux des côtés [MN] et [MP] du triangle MNP.

Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté du triangle

Conclusion : NP = 2 × IJ.

2. I est le milieu du côté [MN] du triangle MNP et J est le point du côté [NP] tel que les droites (IJ) et (MP) sont parallèles.

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

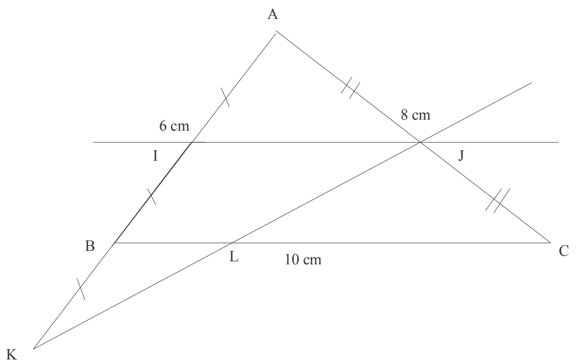
Conclusion : J est le milieu du côté [NP].

3. Données : I et J sont les milieux des côtés [MN] et [MP] du triangle MNP.

Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté du triangle

Conclusion : Les droites (IJ) et (NP) sont parallèles.

Exercice n° 4 :



1. a. On sait que : - ABC est un triangle
- I le milieu de [AB]
- J le milieu de [AC].

Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté du triangle

Conclusion : Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

b. . On sait que : - ABC est un triangle
- I le milieu de [AB]
- J le milieu de [AC].

Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté du triangle

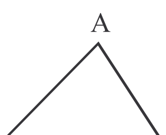
Conclusion : IJ = ½ BC = 10 : 2 = 5 (cm)

2. . On sait que : - IJK est un triangle
- (IJ) et (BL) sont parallèles
- B le milieu de [IK] (car K est le symétrique du point I par rapport à B.

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Conclusion : L est le milieu de [KJ].

ACTIVITE :



A - Rappel

On sait que : - ABC un triangle,
- M un point de [AB],
- N un point de [AC],
- (MN) // (BC)

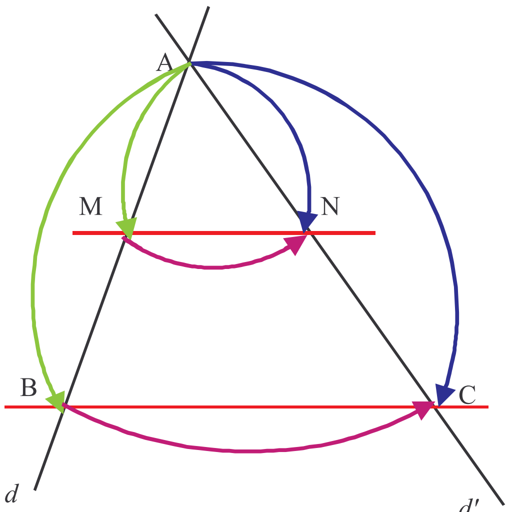
Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$$

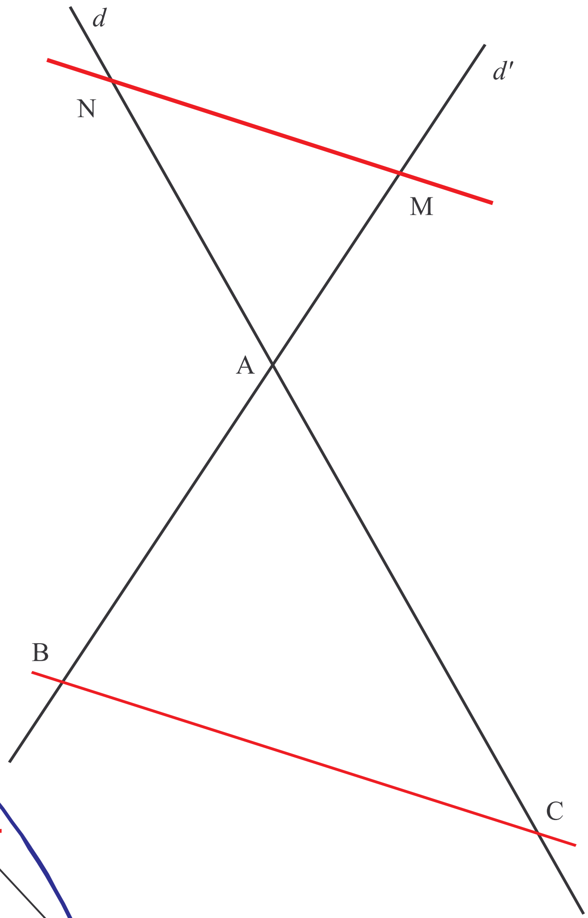
B - Dans les figures ①, ②, ③ ci-dessous,

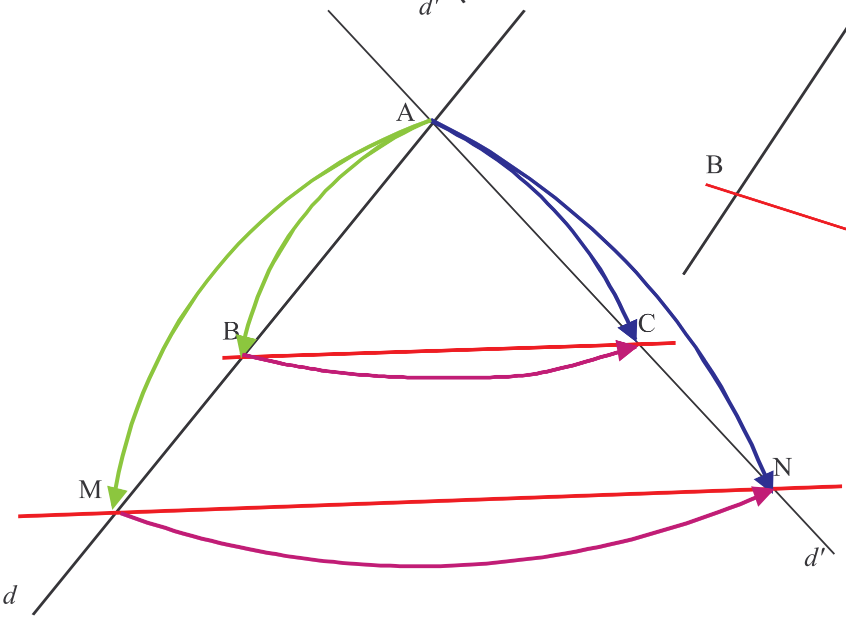
- d et d' sont deux droites sécantes en A ;
- B et M sont deux points de d distincts de A ;
- C et N sont deux points de d' distincts de A ;
- Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

①



③





1°) Etude de la figure ①

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle ABC de la figure ①. *Complète :*

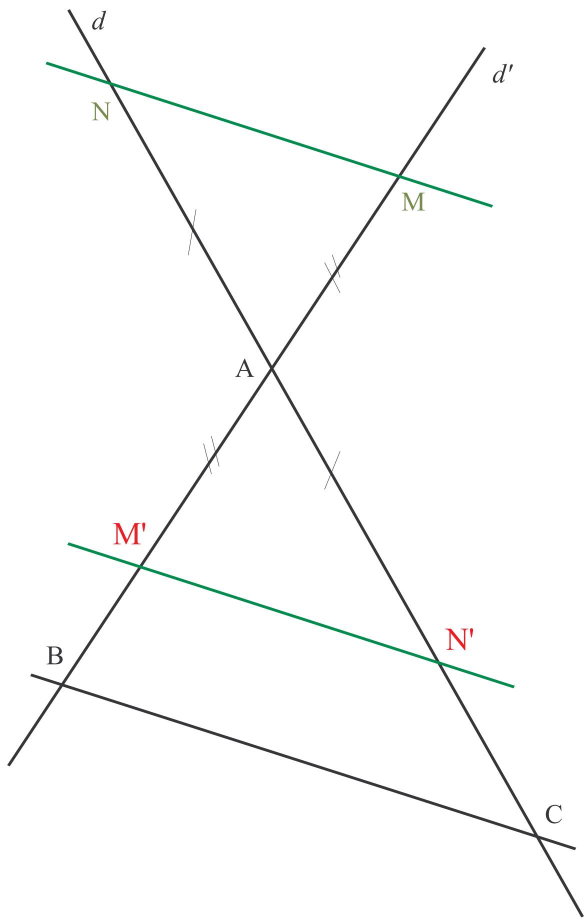
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

2°) Etude de la figure ②

Quelles égalités de quotients peux-tu écrire en appliquant le théorème rappelée dans « rappel » au triangle AMN de la figure ②. *Complète :*

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

3°) Etude la figure ③



a. Sur la reproduction de la figure ③ ci-contre construis les points M' et N' , symétriques respectifs des points M et N par rapport à A.

b. Démontre que la droite (M'N') est parallèle à la droite (BC).

On sait que (M'N') est le symétrique de (MN) par rapport à A.

Or dans une symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite parallèle.

Donc (MN) parallèle à (M'N')

Démontre que :

AM' = AM ; AN' = AN et M'N' = MN

On sait que les points M' et N' , symétriques respectifs des points M et N par rapport à A.

Donc AM' = AM et AN' = AN

De plus dans une symétrie centrale, il y a conservation de la longueur des segments.

Donc M'N' = MN

En déduire que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

D'après la question b) comme (M'N') est parallèle à (BC), on a : $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$

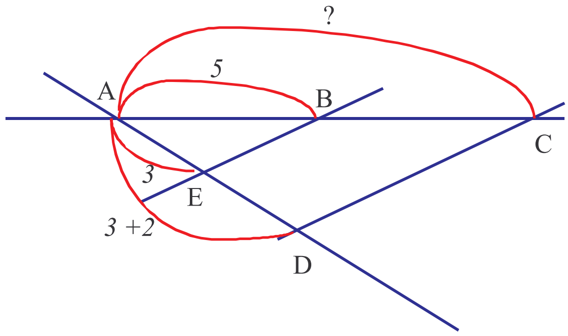
D'après la question b) on a aussi AM' = AM ; AN' = AN et M'N' = MN , donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

4°) Dans les trois cas ①, ②, ③, que peux-tu dire des longueurs des côtés des triangles AMN et ABC ?

Les longueurs des côtés AMN sont proportionnelles à celles de ABC.

Exercice n°5:

(1) Calcul de AC



Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A et les droites (BE) et (CD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{EB}{DC}$

soit $\dfrac{5}{AC} = \dfrac{3}{3+2} = \dfrac{EB}{DC}$

On a : t $\dfrac{5}{AC} = \dfrac{3}{3+2}$. D'où $AC \times 3 = 5 \times 5$ et $AC = \dfrac{25}{3}$

Conclusion : AC = $\dfrac{25}{3}$ cm

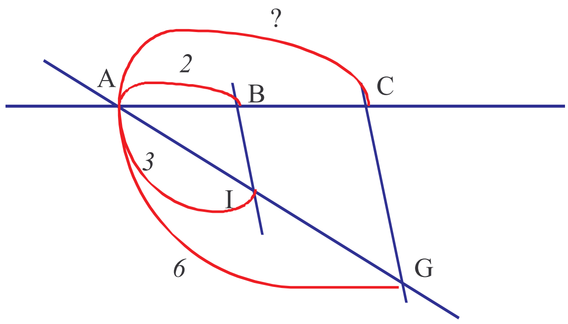
(2) Calcul de AC

Les droites (BC) et (IG) sont sécantes en A et les droites (BI) et (CG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AI}{AG} = \dfrac{BI}{CG}$ soit $\dfrac{2}{AC} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{BI}{CG}$

On a : $\dfrac{2}{AC} = \dfrac{3}{6}$. D'où $3 \times AC = 2 \times 6$ et $AC = \dfrac{12}{3} = 4$

Conclusion : AC = 4 cm

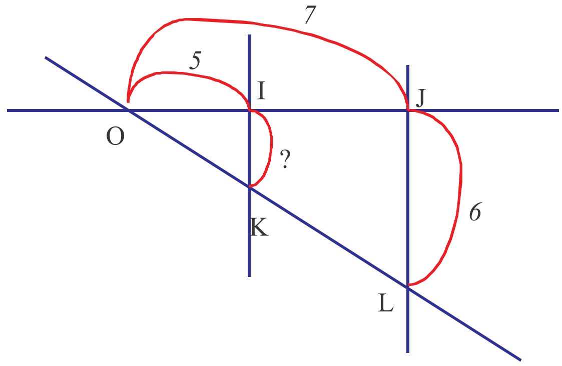


Calcul de BC

Comme B est un point de [AC], alors AB + BC = AC, donc
BC = AC – AB = 4 – 2 = 2

Conclusion : BC = 2 cm

(3) Calcul de IK



Les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en O et les droites (KI) et (LJ) sont parallèles.

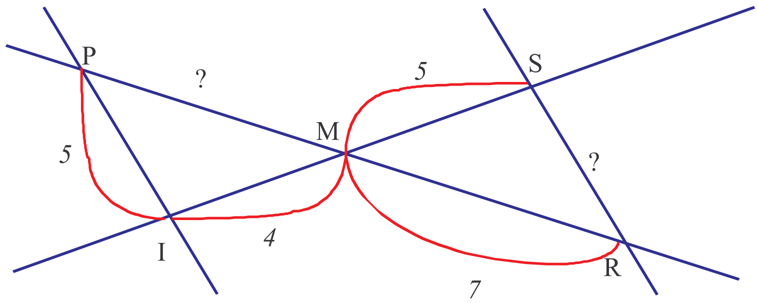
D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{OI}{OJ} = \dfrac{OK}{OL} = \dfrac{IK}{JL}$

soit $\dfrac{5}{7} = \dfrac{OK}{OL} = \dfrac{IK}{6}$

On a : $\dfrac{5}{7} = \dfrac{IK}{6}$. D'où $7 \times IK = 5 \times 6$ et $IK = \dfrac{30}{7}$

Conclusion : IK = $\dfrac{30}{7}$ cm

(4) Calcul de MP et SR



Les droites (SI) et (PR) sont sécantes en M et les droites (PI) et (SR) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$\dfrac{PM}{MR} = \dfrac{MI}{MS} = \dfrac{PI}{SR}$ soit $\dfrac{PM}{7} = \dfrac{4}{5} = \dfrac{5}{SR}$

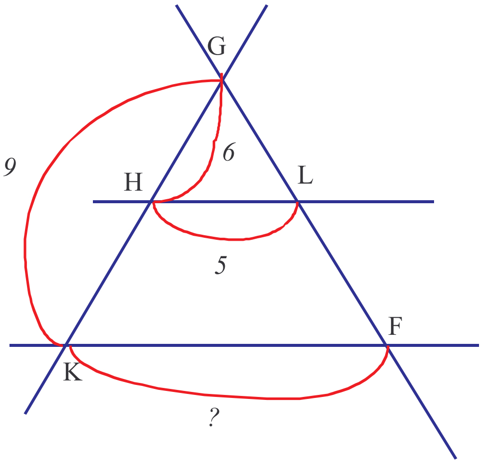
Calcul de MPOn a : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{MP}{7}$.

D'où $5 \times MP = 4 \times 7$ et $MP = \dfrac{28}{5} = 5{,}6$ Conclusion : MP= 5,6 cm

Calcul de SROn a : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{5}{SR}$. D'où $4 \times SR = 5 \times 5$ et $SR = \dfrac{25}{4} = 6{,}25$

Conclusion : SR = 6,25 cm

(3) Calcul de KF



Les droites (HK) et (LF) sont sécantes en G et les droites (HK) et (LF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{GH}{GK} = \dfrac{GL}{GF} = \dfrac{HL}{KF}$ soit

$\dfrac{6}{9} = \dfrac{GL}{GF} = \dfrac{5}{KF}$

On a : $\dfrac{6}{9} = \dfrac{5}{KF}$. D'où $6 \times \text{KF} = 9 \times 5$ et $KF = \dfrac{45}{6} = 7{,}5$

Conclusion : KF = 7,5 cm

Exercice n°6 :

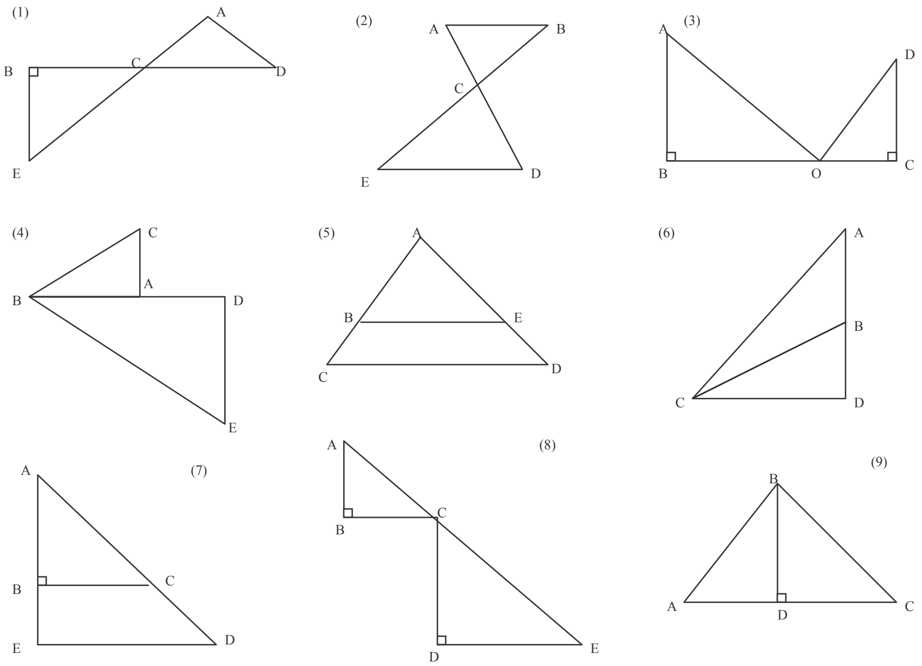
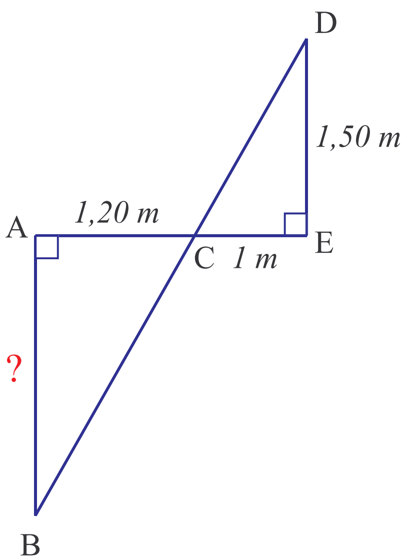


figure (2) : Les rapports sont $\dfrac{CA}{CD} = \dfrac{CB}{CE} = \dfrac{AB}{ED}$

figure (5) : Les rapports sont $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{BE}{CD}$

figure (7) : Les rapports sont $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{BC}{ED}$

Exercice n°7:



On supposera (DE) et (AB) perpendiculaire à (AE).
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.
Donc (AB) parallèle à (ED).

Les droites (AE) et (BC) sont sécantes en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

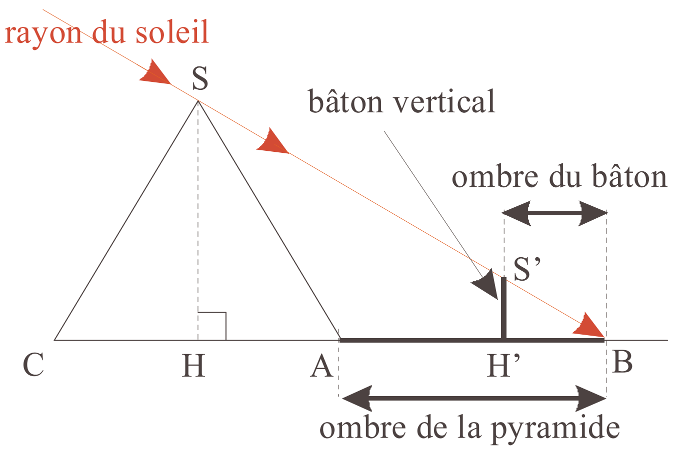
D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{DE}{AB}$ soit

$\dfrac{1}{1{,}2} = \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{1{,}5}{AB}$

On a : $\dfrac{1}{1{,}2} = \dfrac{1{,}5}{AB}$ c'est-à-dire $\text{AB} \times 1 = 1{,}2 \times 1{,}5$ et $\text{AB} = \dfrac{1{,}8}{1} = 1{,}8$

Conclusion : La profondeur du puit s'élève à 1,8 m

Exercice n°8 :



En supposant que le bâton est perpendiculaire au sol, alors (SH) et(S'H') sont perpendiculaires à (CB).
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre-elles.
Donc (SH) parallèle à (S'H ').

De plus BH = HA + AB = $\frac{1}{2} \times 232 + 73 = 116 + 73 = 189$ (m)

Les droites (SS') et (H'H) sont sécantes en B et les droites (SH) et (S'H') sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BH'}{BH} = \frac{BS'}{BS} = \frac{S'H'}{SH}$ soit $\frac{1,3}{189} = \frac{BS'}{BS} = \frac{1}{SH}$

On a : $\frac{1,3}{189} = \frac{1}{SH}$ c'est-à-dire SH × 1,3 = 1 × 189 et SH = $\frac{189}{1,3} \approx 145,38$

Conclusion : La hauteur de la pyramide mesure environ 145 m