



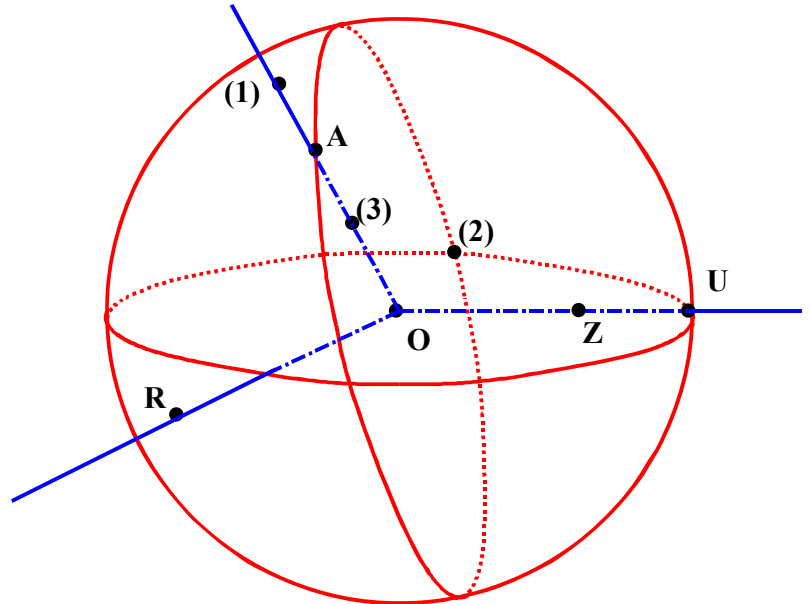
Thème 19: ESPACE (3) : LA SPHERE ET LA BOULE

ACTIVITE 1 : DEFINITIONS: LA SPHERE ET LA BOULE

1. Préciser si les points A, Z, U et R de la figure appartiennent à la sphère ou à la boule:

- à la sphère: **A et U.**

- à la boule: **A, U, et Z.**



2. Les points ①, ② et ③ de la figure se nomment en réalité M, N et P mais on ne sait pas dans quel ordre.

On sait seulement que M appartient à la boule, que N n'appartient pas à la boule et que P appartient à la boule sans appartenir à la sphère.

Compléter. \odot est le point **N**, \ominus est le point **M**, \circ est le point **P**.

Exercice n°1 : Calcule le rayon d'une sphère de circonférence 43,96 cm

Soit P la circonférence, on a : $P = 2\pi r$ avec $P = 43,96$ cm

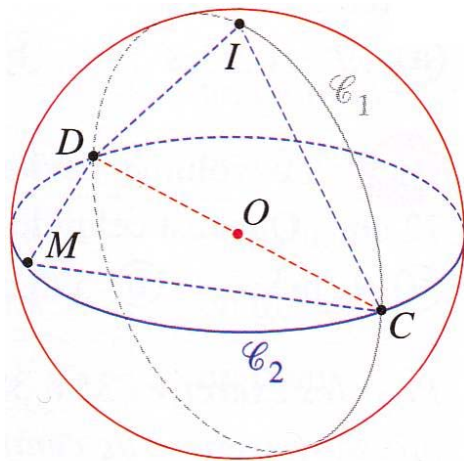
D'où : $r = \frac{P}{2\pi} = \frac{43,96}{2\pi} \approx 7$. Conclusion : Le rayon de la sphère est environ 7 cm

Exercice n°2 : On considère une sphère de rayon R. On désigne par C_1 sa circonférence.

1. Exprime C_1 en fonction de R et de π . **$C_1 = 2\pi R$**

2. On considère une sphère de rayon double du précédent. On désigne par C_2 sa circonférence.

3. Exprime C_2 en fonction de R. **$C_2 = 2\pi(2 \times R) = 4\pi R$**



Exercice n°3 :

Le point O est le centre d'une sphère de rayon 5 cm.

Les grands cercles C_1 et C_2 sont sécants aux points D et C.

Les points I et M sont situés respectivement sur les cercles C_1

et C_2 . On donne $\hat{ODI} = 45^\circ$ et $\hat{DCM} = 30^\circ$.

1. a) Que représente les segment [DC] pour les cercles C_1 et C_2 , et pour la sphère ? **Un diamètre**

b) Donne les longueurs CD, OI et OM.

$CD = 10$ cm ; $OI = OM = 5$ cm

2. a) Quelle est la nature des triangles CDM et CDI ? : **Triangles rectangles**

b) Calcule les longueurs CI et MD.

• Dans le triangle CDI rectangle en I, on a : $\sin \hat{C}DI = \frac{IC}{DC}$. Soit $IC = DC \times \sin \hat{C}DI = 10 \times \sin 45^\circ \approx 7$

D'où : **IC ≈ 7 cm.**

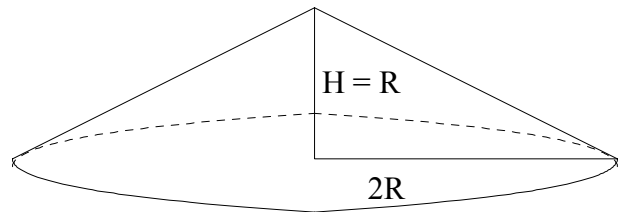
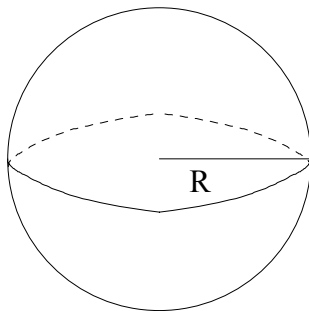
• Dans le triangle CDM rectangle en M, on a : $\sin \hat{D}CM = \frac{DM}{DC}$. Soit $DM = DC \times \sin \hat{D}CM = 10 \times \sin 30^\circ = 5$

D'où : **DM = 5 cm.**

ACTIVITE 2 : VOLUME D'UNE BOULE

Nous admettons vrai le résultat suivant, qui a été prouvé par Archimède.

« **Le volume d'une boule de rayon R est égal au volume d'un cône de révolution particulier : sa hauteur est R et le rayon de son disque de base est 2R (c'est-à-dire le double du rayon de la boule)** ».



Volume (V_B) de cette boule = volume (V_C) de ce cône particulier.

1. Volume d'un cône :
$$\frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$$

(avec h la hauteur et r le rayon du disque de base)

2. Aire d'un disque de rayon 2R :
$$\pi \times (2R)^2 = 4\pi R^2$$

3.
$$V_C = \frac{4\pi R^2 \times R}{3} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

4. **Volume d'une boule de rayon R =
$$= \frac{4\pi R^3}{3}$$**

Exercice n°4 : Calcule le volume d'une bille d'acier de diamètre 6 cm.

On a :
$$\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = 36\pi \approx 113,09$$

La bille d'acier a un volume de 113 cm³.

Exercice n°5 : Une quille en bois est formée d'un cylindre surmonté d'une sphère, qui ont tous deux même diamètre de 8 cm. La hauteur totale est 40 cm. Calcule le volume de la quille.

Soit V le volume de la quille, on a :

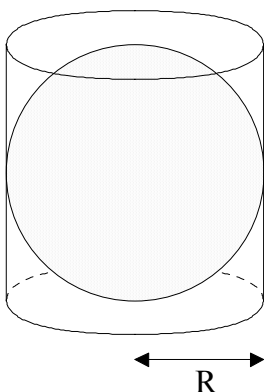
$$V = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times (40 - 8) + \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^3 = \pi \times 4^2 \times 32 + \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = 512\pi + \frac{256}{3}\pi \approx 1608,5 + 268,1 \approx 1876,6$$

La quille a un volume de 1 877 cm³ environ.

ACTIVITE 3 : AIRE D'UNE SPHERE

Nous admettons pour vrai le résultat suivant, qui a été prouvé par Archimède.

« **L'aire d'une sphère de rayon R est égale à l'aire latérale du cylindre qui le contient exactement** ».



On dit que la sphère est inscrite dans le cylindre.

1. Aire latérale d'un cylindre : **Hauteur × Périmètre de la base.**

2. **Rayon du disque de base = R** et **Hauteur = 2 R**

3. **Aire latérale = 2 R × 2 π R = 4 π R²**.

4. **Aire d'un sphère = 4 π R²**

Exercice n°6 : Un demi-cercle est en rotation autour de son diamètre ($D = 20$ cm).
Quelle est l'aire de la surface engendrée par la rotation de ce demi-cercle ?

On a : $\frac{1}{2} \times \left(4 \times \pi \times \left(\frac{20}{2} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 10^2 = 200\pi \approx 628,31$

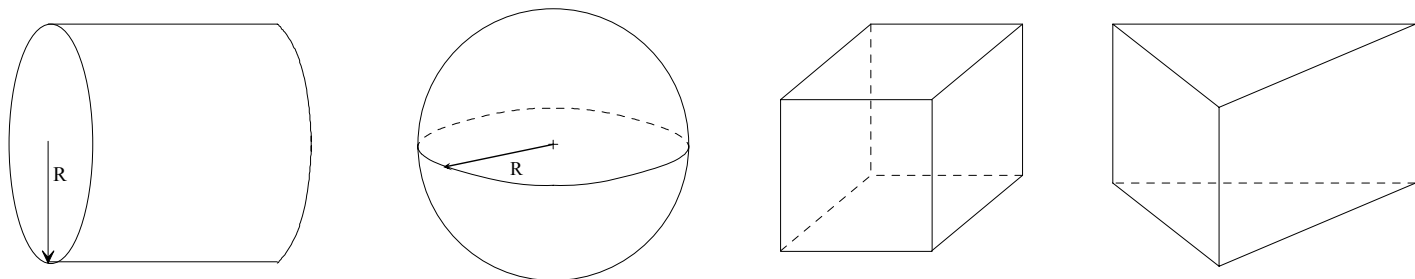
L'aire de la surface engendrée par la rotation du demi-cercle est de 628 cm² environ.

Exercice n°7 : Une cuve contenant du gaz a une forme sphérique de diamètre 3 m.
Calcule l'aire de cette cuve.

On a : $4 \times \pi \times \left(\frac{3}{2} \right)^2 = 4 \times \pi \times 1,5^2 = 9\pi \approx 28,27$

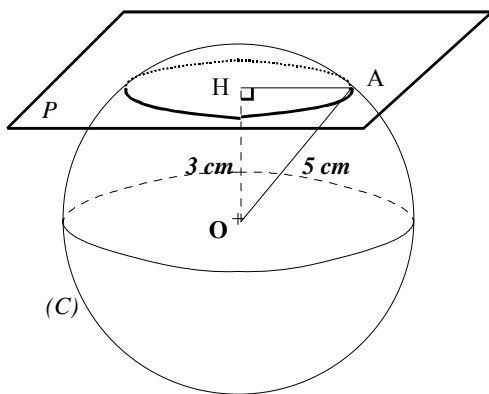
La cuve a une aire de 28,3 cm² environ.

ACTIVITE 4 : SECTION D'UNE SPHERE PAR UN PLAN :



En coupant certains de ces solides par un plan, on peut obtenir comme section un rectangle, un cercle, etc.
Compléter par oui ou par non.

Solides coupés par un plan:	cylindre	sphère	cube	prisme
La section peut être:				
un rectangle	Oui	Non	Oui	Oui
un triangle	Non	Non	Oui	Oui
un cercle de rayon R	oui	oui	non	non

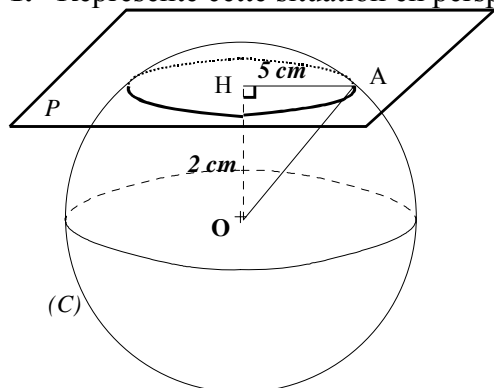


Exercice n°8 :

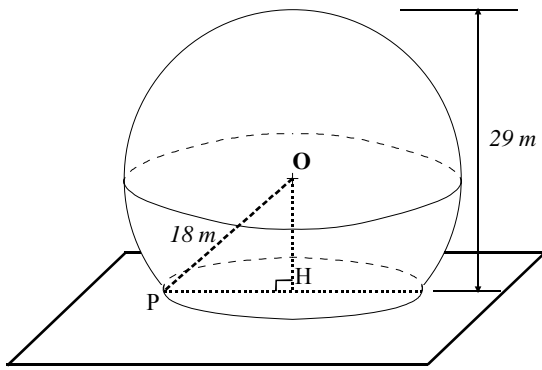
La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.
OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :
 $OA^2 = OH^2 + HA^2$
 $5^2 = 3^2 + HA^2$
 $HA^2 = 25 - 9$
 $HA = \sqrt{16}$
 $HA = 4$
Le rayon de la section mesure 4 cm.

Exercice n°9 :

1. Représente cette situation en perspective et place un point A du cercle (C).



2. La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.
OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :
 $OA^2 = OH^2 + HA^2$
 $OA^2 = 2^2 + 5^2$
 $OA^2 = 29$
 $OA = \sqrt{29}$
 $OA \approx 5,38$
Le rayon de la sphère mesure environ 5,4 cm



Exercice n°10 :

1°) Calcul de OH

On a : $OH = 29 - OP = 29 - 18 = 11$. **OH mesure 11 m**

2°) Calcul de PH

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon PA. OHP est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$OP^2 = OH^2 + HP^2$$

$$PH^2 = OP^2 - HO^2$$

$$PH^2 = 18^2 - 11^2$$

$$PH = \sqrt{203}$$

$$PH \approx 14,25$$

Le rayon de la section mesure environ 14,25 m

2°) Calcul du périmètre et l'aire de la surface au sol

Soit P le périmètre, on a : $P = 2 \pi PH \approx 2 \times \pi \times 14,25 \approx 89,54$

Le périmètre mesure environ 89,54 m

Soit A l'aire, on a : $A = \pi PH^2 \approx \pi \times 14,25^2 \approx 638$.

L'aire mesure environ 638 m²

Exercice n°11 :

1°) Calcul de OH

On a : $OH = 5 - 1 = 4$. **OH mesure 4 cm**

2°) Calcul de AH

La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.

OHA est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$OA^2 = OH^2 + HA^2$$

$$AH^2 = OA^2 - HO^2$$

$$AH^2 = 5^2 - 4^2$$

$$AH = \sqrt{9}$$

$$AH = 3$$

Le rayon de la section mesure 3 cm

