THEME 16 SYSTEMES D'EQUATIONS
FONCTIONS LINEAIRES ET AFFINES
(2éme partie)

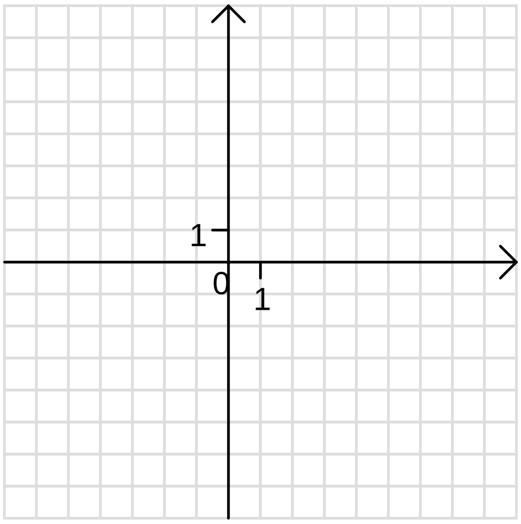
* *

<u>Ce que je dois savoir :</u>

- Résoudre algébriquement un système de 2 équations du 1er degré à 2 inconnues, admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.
- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à un système de deux équations du premier degré
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.
- Déterminer une fonction affine par la donnée de 2 nombres et de leurs images.

<u>ACTIVITE 1:</u> (Dans cet activité, tu feras que des constatations graphiques. On ne te demande pas de résoudre)

1°) Soit l'équation : $3x + y = 2$.



a) Si $x = 2$, détermine y pour que $(x ; y)$ vérifie l'équation:

....

Si $y = -4$, détermine x pour que $(x ; y)$ vérifie l'équation:

....

Les couples (x ; y) vérifiant l'équation sont appelés <u>couples solutions</u>

Le couple (1 ; 1) est-il solution de l'équation ?: ....

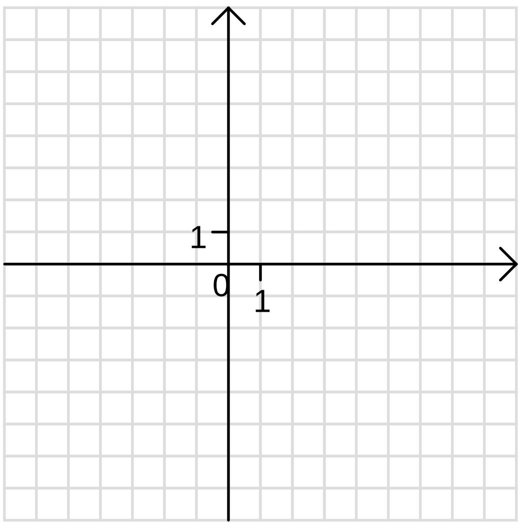
b) A un couple (x ; y) solution de l'équation $3x + y = 2$, on associe le point M de coordonnées (x ; y).
Exprime y en fonction de x: ....

b) Trace la droite (D) admettant pour équation l'expression trouvée au b) ci-dessus.

c) Pourquoi les points M sont situés sur la droite (D) ?: ....

d) Quel est l'ensemble des solutions de l'équation $3x + y = 2$?...
....

2°) Soit le système $\begin{cases} 2x - y = 1 & (E_1) \\ -x + 2y = 4 & (E_2) \end{cases}$



a) Exprime pour chacune des deux équations (E_1)et (E_2) y en fonction de x.

(E_1): y = ... ; (E_2): y = ...

b) Soit (D) la droite d'équation (E_1) et soit (D') la droite d'équation (E_2). Trace dans le repère ci-contre les droites (D) et (D').

c) Quelles sont les coordonnées du(ou des) point(s) qui vérifient <u>à la fois</u> les équations (E_1) et (E_2) ?

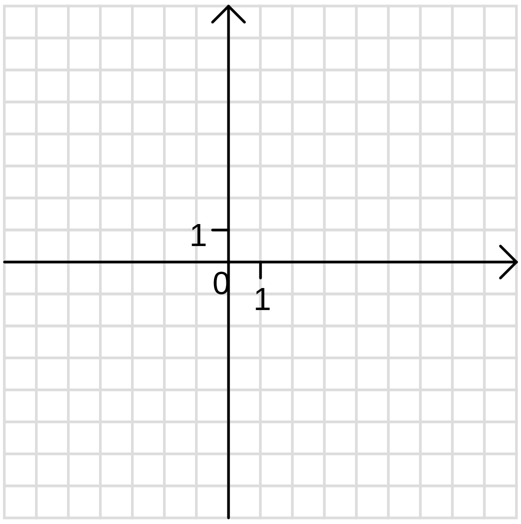
....

d) Conclure sur la(les) solution(s) du système $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$.

e) Vérifie ta conclusion.

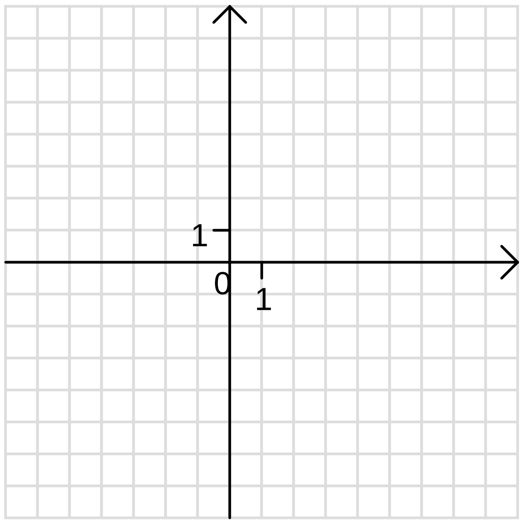
3°) Dans les deux cas, tu traiteras comme le 2°) en ayant toujours comme objectif de connaître les solutions du système.

a) soit le système $\begin{cases} x - y = -2 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases}$



Remarques:
....
....
....
....
....
Pouvais-tu prévoir un tel résultat ? justifie:
....
....

b) soit le système $\begin{cases} -2x - y = -2 \\ x + \dfrac{1}{2}y = 1 \end{cases}$



Remarques:
....
....
....
....
....
Pouvais-tu prévoir un tel résultat ? justifie:
....
....

<u>Exercice n°1:</u>

1°) Regroupe par paire les équations admettant les mêmes couples solutions. Le travail est commencé.

$-8x - 4y = -3$	$x + 4y = 7$
$-2x - 8y = -14$	$-x + y = 1$
$x - y = -1$	$x - y = 3$
$2x = 2y + 6$	$-5x + 10y = -25$
$x - 5y = 5$	$8x + 4y = 3$

2°) Réécris les deux équations et explique comment on passe de l'une à l'autre.

<u>Exercice n°2:</u> Soit l'équation notée (E_1): $-2x + 5y = 3$

1°) Parmi les couples suivants, entoure ceux qui sont solutions.

$(6;2)$ $\left(\dfrac{7}{2};2\right)$ $\left(3;\dfrac{9}{5}\right)$ $(-5;-2)$ $(1;1)$

2°) Complète pour obtenir des équations admettant les mêmes couples solutions que (E_1)

(E_2): $x + \ldots\ldots\ldots y = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ (E_3): $\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots = 9$

(E_4): $\ldots\ldots\ldots - 10y = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ (E_5): $-4x + \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

<u>ACTIVITE 2 :</u> A - Après cet exercice, tu devras être capable de résoudre un système de deux équations à deux inconnues par la **<u>méthode par combinaison.</u>**

1°) Soit le système $\begin{cases} x + y = 145 \\ x - y = 63 \end{cases}$ $\qquad$ **Le but est de déterminer x et y.**

Additionne membre à membre pour éliminer y.	$x + y = 145$ $x - y = 63$ $\overline{}$ $2x = \ldots\ldots + \ldots\ldots$ $2x = \ldots\ldots$ $x = \ldots\ldots$
Pour déterminer y , on multiplie par (-1) la deuxième équation.	$x + y = 145$ $\times(-1)\quad x - y = 63 \quad \times(-1)$
puis on ajoute membre à membre pour éliminer x.	$x + y = 145$ $-x + y = -63$ $\overline{}$ $2y = \ldots\ldots + \ldots\ldots$ $2y = \ldots\ldots$ $y = \ldots\ldots$
Vérifie si le couple (x ; y) convient.	…………………………………………………………………… …………………………………………………………………… **Conclusion : Le système possède une unique solution : (…. ; ….)**

2°) Résous par la même méthode les systèmes suivants: $\begin{cases} 2x + y = -8 \\ -2x + y = 12 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

3°) Un autre exemple: soit le système $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ $\qquad$ Complète:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & (E_1) \\ x + 2y = 7 & (E_2) \quad \times(-2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ \ldots\ldots \; \ldots \; \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots \\ \hline -y = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -y = \ldots\ldots \\ y = \ldots\ldots \end{array}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & (E_1) \quad \times(.....) \\ x + 2y = 7 & (E_2) \quad \times(.....) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ...... &+ 6y = 12 \\ ...... &- 6y = ... \end{aligned}$$

$x = ...$

$x = ...$

Vérifie si le couple solution convient : …………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

Conclusion : Le système possède une unique solution : (…. ; ….)

4°) Résous les systèmes suivants: $\begin{cases} -4x + 5y = 23 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 5y = 60 \\ 5x + y = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x - y - 7 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ 4x + 2y = 3{,}5 \end{cases}$

B - Une autre méthode: celle de **la substitution.**

1°) Soit le système : $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$

Tu vas résoudre ce système par la méthode par substitution

Etape 1: On remplace x par $2y + 5$ dans (E_2)

$x = 2y + 5 \quad (E_1)$

$3x - y = 0 \quad (E_2) \qquad 3(..............................) - y = 0$

Etape 2: On détermine y ....= 0

....= 0

$5y = ...$

$y = ……….$

Etape 3: On détermine x (E_1): $x = ……………………$

$x = ……………………$

Etape 4: On vérifie dans (E_2): ……………………………………………………………

Etape 5: **Conclusion : (........ ; ....) est le couple solution.**

2°) Résous les systèmes suivants par la méthode de substitution:

$\begin{cases} y = 5x \\ 3x + y = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 25 - 3x \\ 2x + 3y = 26 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2(x + 2) \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

Exercice n°3: Résous par la méthode de ton choix, demande-toi quelle est la méthode la mieux adaptée.

$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -3x + 8 \end{cases}$ $\begin{cases} t + h = -11 \\ t - h = -10 \end{cases}$ $\begin{cases} c + 2d = -11 \\ 2c + d = -10 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{l}{3} + \dfrac{m}{3} = 1 \\ 3l + 2m = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 5 = 1 \\ 3y - 1 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3g - k = 1 \\ 11g + 8k = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{p+1}{2} + \dfrac{r-4}{6} = 2{,}5 \\ \dfrac{2p}{3} - \dfrac{3r-1}{2} = \dfrac{-17}{6} \end{cases}$

<u>Exercice n°4:</u> Problèmes menant à un système de deux équations à deux inconnues.

Attention à la rédaction:	a) Choix des inconnues b) Traduction de l'énoncé et obtention du système. c) Résolution d) Vérification e) Phrase de conclusion

1°) Un fermier a des lapins et des poules; en tout il compte 14 têtes et 40 pattes. Combien a-t-il de lapins, de poules ?

2°) Un terrain a la forme d'un rectangle dont le périmètre est 840 m. Détermine la longueur et la largeur de ce terrain sachant que leur différence est de 180 m.

3°) Détermine deux nombres sachant que: leur somme est égale à 119; les $\frac{3}{4}$ de l'un sont égaux aux $\frac{2}{3}$ de l'autre.

4°) Didier et Olivier jouent aux billes. Au départ Olivier a le double de billes de Didier. Au cours de la partie, Didier prend 5 billes à Olivier, il a alors le triple de billes d'Olivier. Combien avaient-ils de billes chacun à l'origine ?

5°) L'unité de longueur est le m. La mesure du périmètre d'un rectangle est 62. Si on augment la longueur de 2 et si on diminue la largeur de 1 alors la mesure de la surface du rectangle est inchangée.
Calcule les dimensions du rectangle.

6°) Pour parcourir la même distance, en partant à la même heure: si je prends l'autoroute à 120 km/h de moyenne, j'arriverai à 17 h; si je prends la route à 80 km/h, j'arriverai à 19h. quelle est cette distance ?

<u>Exercice n°5 :</u> *Complète* le tableau puis *construis* les dix droites dans un même repère (O ; I, J)

fonction	*définition*	*image de* $\boldsymbol{x}$	*coefficients* $\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ *:*	*type*	*équation de la droite*	*points de la droite*
f	$f : x \mapsto 4x - 3$	$f(x) = 4x - 3$	$a = 4 \quad b = -3$	affine	$y = 4x - 3$	A(2 ; ...) B(-1 ; ...)
g	$g : x \mapsto 2x + 1$		$a = ... \quad b = ...$			C(-3 ; ...) D(3 , ...)
...	$h : x \mapsto 2 + x$					E(-3 ; ...) F(3 , ...)
...		$i(x) = \frac{1}{2}x$				G(-2 ; ...) H(... , 4)
j			$a = -\frac{1}{4} \quad b = \frac{1}{2}$			K(-2 ; ...) L(... , -1)
k						M(-3 ; 3) N(3 ,3)
l						P(2 ; -1) Q(-1 ; 1)
...				linéaire		R(2 ; ...) S(-1 ; 3)
n				constante		T(0 ; -5) U(4 ; ...)
...	$p : x \mapsto \mathbf{0}$					V(-2 ; ...) W(3 , ...)

Exercice n°6 : Détermination d'une fonction affine

1. Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$. Détermine a pour que $f(2) = -4$.

2. Détermine la fonction linéaire g telle que $g(\sqrt{2}) = 2$.

3. Soit la fonction affine $g : x \mapsto ax + b$. Détermine a et b telle que : $g(0) = 3$ et $g(1) = -4$.

4. Détermine la fonction affine g telle que : $g(1) = 2$ et $g(2) = 1$.

5. Détermine la fonction affine h telle que : $h\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{6}$ et $h(1) = 0$.

6. Détermine la fonction affine f telle que : $f(\sqrt{3}) = 0$ et $f(1+\sqrt{3}) = 2$.